

全國高中 105 學年度 學測 模擬考 第一、二冊

第壹部分：選擇題（佔 50 分）

一、單選題（佔 20 分）

1. 若 $a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ ， $b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ ，則 $a^5 + b^5$ 的值為何？

- (1) 30248 (2) 30256 (3) 30736 (4) 31672 (5) 32768

2. 若數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 $S_n = n^2 - 5n$ ，數列 $\langle b_n \rangle$ 的遞迴定義式為 $\begin{cases} b_1 = 4 \\ b_{n+1} - b_n = 3, n \geq 1 \end{cases}$ ，則 $\sum_{n=1}^{15} (a_n \times b_n)$

的值為何？

- (1) 5050 (2) 5225 (3) 5430 (4) 5625 (5) 5860

3. 銀行推出年利率 6%，每月複利一次的青年成家優惠專案，阿宅打算每個月固定存入一筆錢，讓自己在十年後能夠有六百萬元本利和的購屋基金，那麼阿宅每個月固定存入的金額最少約多少萬元？(已知 $1.005^{121} \approx 1.828$)

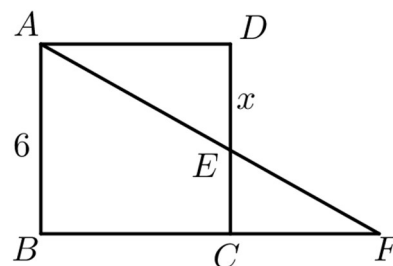
- (1) 3.4 萬元 (2) 3.7 萬元 (3) 4.1 萬元 (4) 4.5 萬元 (5) 4.8 萬元

4. 某校男女學生的人數比為 3:2，學期結束後經統計，男學生有 $\frac{1}{3}$ 、女學生有 $\frac{2}{5}$ 需要補考數學。今已知一學生需要補考數學，則此學生是女生的機率為何？

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{3}{8}$ (4) $\frac{4}{9}$ (5) $\frac{7}{15}$

二、多選題（佔 30 分）

5. 如右圖，邊長為 6 的正方形 $ABCD$ 中，點 E 在 \overline{CD} 邊上，且 \overline{AE} 與 \overline{BC} 的延長線交點為 F ，設 $\overline{DE} = x$ ，則下列選項哪些正確？



(1) \overline{CF} 的長度以 x 表示為 $\frac{6x - x^2}{6}$

(2) 若 y 表 $\triangle ADE$ 與 $\triangle CEF$ 的面積和，則 y 以 x 表示為 $\frac{6x^2 - 36x + 108}{x}$

(3) 承(2)， y 的最小值不超過 15

(4) 承(2)，當 y 有最小值時時， $x = 15$

(5) 承(2)，當 y 有最小值時時， $\overline{AF} = 6\sqrt{3}$

6. 設 $f(x)$ 為一實係數四次多項式，已知 $f(2i+3)=0$ ，且 $f(x)<0$ 的解為 $-1<x<2$ ，則下列選項哪些正確？

(1) $f(2i-3)=0$ (2) $f(2+i)=f(2-i)$ (3) $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 -16

(4) $f(2x)>0$ 的解為 $x<-\frac{1}{2}$ 或 $x>1$ (5) $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸有兩個交點

7. 設 $n=12^{15}$ ，則下列選項哪些正確？

(1) n 展開後為 16 位數 (2) n 的首位數字為 1 (3) n 的十位數字為 6

(4) n 的百位數字為 5 (5) n 除以 169 的餘數為 27

8. 下列各方程式哪些恰有兩個實根？

(1) $2^{-x}+x-2=0$ (2) $2^x-x^2=0$ (3) $\log_2 x-(x-1)^2=0$

(4) $2^x-\log_2|x|=0$ (5) $2^{-x}-|\log_2 x|=0$

9. 有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛共 9 人，下列選項哪些正確？

(1) 9 人排成一列，則甲、乙、丙三人完全分開的機率為 $\frac{5}{12}$

(2) 等分成三組，則甲、乙、丙任兩人皆不同組的情形有 90 種

(3) 等分成三組，則甲、乙兩人在同一組的機率為 $\frac{1}{3}$

(4) 任選 5 人，則甲、乙同時被選中的情形有 35 種

(5) 任選 5 人，已知甲被選中的條件下，則乙同時也被選中的機率為 $\frac{5}{12}$

10. 設有 40 筆 (x_i, y_i) 的二維數據，已知 $\mu_x=3$ ， $\sigma_x=5$ 與 $\sum_{i=1}^{40} x_i y_i = 2400$ ，而變量 Y 中有兩筆數據 14 與 20 經過標準化後，變成 -0.25 與 1.25 ，則下列選項哪些正確？

(1) 變量 X 中的數據 11 經過標準化後變成 2 (2) $(\mu_y, \sigma_y) = (15, 4)$

(3) $\sum_{i=1}^{40} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y) = 800$ (4) X 與 Y 的相關係數為 0.8

(5) Y 對 X 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{3}{5}x + \frac{66}{5}$

第貳部分：選填題（佔 50 分）

- A. 若 $f(x) = 9 \times \frac{(x+2)(x-6)}{(1+2)(1-6)} - 15 \times \frac{(x-6)(x-1)}{(-2-6)(-2-1)} - 15 \times \frac{(x-1)(x+2)}{(6-1)(6+2)}$ ，則 $f(x)$ 圖形的頂點坐標為_____。
- B. 已知實係數方程式 $x^3 - px^2 - \frac{13}{4}x + \frac{15}{8} = 0$ 的三個相異實根形成等差數列，則 p 值為_____。
- C. 擲五顆公正的骰子一次，求出現葫蘆(有三顆同點數，另外兩顆同另一點數，例如：11133，45454，……)的機率為_____。
- D. 有一籃球隊的 12 名隊員身高如下：170，173，176，180，180，180，181，181，183，187，190，191，今隨機抽取 3 人，則此 3 人身高的中位數是 181 的機率為_____。
- E. 大聯盟由美國聯盟與國家聯盟組成，每個聯盟有 15 隊，各聯盟再分成東區、中區、西區，各分區皆有 5 隊。每年賽季例行賽，同聯盟同區的兩隊須交手 8 場，同聯盟不同區的兩隊須交手 7 場，不同聯盟的兩隊須交手 4 場，則大聯盟每年賽季共有_____場例行賽。
- F. 有一組數據如下：1，2，2，3，3，3，4 個 4，……， n 個 n ，已知這組數據的平均數是 11，則這組數據的變異數為_____。
- G. 已知坐標平面上有 $(-2, -3)$ ， $(1, -1)$ ， $(1, 2)$ ， $(5, 3)$ ， $(5, 4)$ 五點，則這五點所決定的迴歸直線可用來預測：當 $x = 3$ 時， $y =$ _____。
- H. 設 p 、 q 是不為 1 的自然數，則滿足方程式 $\log_2 \frac{5050}{p} + 2(1 - \log_2 10) \log_5 q = 0$ 的 p 值為_____。
- I. 對於正數 a ，其小數部分以 $\langle a \rangle$ 表示，如 $\langle 1.23 \rangle = 0.23$ ，今定義函數 $f(x) = \left\langle \sqrt{2}x + \frac{2}{3} \right\rangle$ ，已知 $1 \leq \alpha \leq 2$ 且 $f(\alpha) = 0$ ，則 α 值為_____。
- J. 已知 r 是不為 1 的正數，有一等比數列： r ， r^2 ， r^3 ，……， r^{15} 共 15 項，若從中任選相異四項，則此四項也能形成等比數列的機率為_____。

全國高中 105 學年度 學測 模擬考 第一、二冊 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 50 分）

- | | | |
|------|--------|--------|
| 1. 1 | 5. 235 | 9. 124 |
| 2. 3 | 6. 45 | 10. 25 |
| 3. 2 | 7. 23 | |
| 4. 4 | 8. 135 | |

第貳部分：選填題（佔 50 分）

- | | | |
|-----------------------------------|---------------------|--------------------------|
| A. $\left(2, \frac{53}{5}\right)$ | D. $\frac{29}{110}$ | H. 202 |
| B. $\frac{3}{2}$ | E. 2430 | I. $\frac{7\sqrt{2}}{6}$ |
| C. $\frac{25}{648}$ | F. 15 | J. $\frac{2}{91}$ |
| | G. $\frac{17}{9}$ | |

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，
歡迎 email 至 weiye@pure.pro (瑋岳)提醒修改。感謝。