

臺中區國立高中 102 學年度第二次學測聯合模擬考

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

一、單選題（佔 30 分）

1. 若 $2^a = \log_{\frac{1}{2}} a$ ， $2^b = \left(\frac{1}{2}\right)^b$ ， $\left(\frac{1}{2}\right)^c = \log_2 c$ ， $\left(\frac{1}{2}\right)^d = \log_{\frac{1}{2}} d$ ， $\log_2 e = \log_{\frac{1}{2}} e$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) $0 \leq a, b, c, d, e \leq 1$ (2) $c < d < a < b < e$ (3) $c < d < a < e < b$
(4) $b < d < a < e < c$ (5) $b < a < d < e < c$

2. 平面點上有八個以極坐標表示分別寫成 $A_k [\sqrt{2}, 90^\circ \times k - 70^\circ]$ 與 $B_k [3, 90^\circ \times k - 25^\circ]$ ，其中 $k = 1, 2, 3, 4$ ，若依序連接可得一八邊形 $A_1 B_1 A_2 B_2 A_3 B_3 A_4 B_4$ ，其周長為下列何值？

- (1) $\sqrt{5}$ (2) $4\sqrt{7}$ (3) $6\sqrt{6}$ (4) $8\sqrt{5}$ (5) $8\sqrt{7}$

3. 已知 $A(3, 2, 1)$ 、 $B(4, 3, 5)$ 、 $C(5, 5, 7)$ 為空間坐標中三點，設 $D(x, y, 0)$ 為 xy 平面上一點且滿足

$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{18} = 1$ ，試求四面體 $ABCD$ 體積之最大值為何？

- (1) 25 (2) $\frac{25}{3}$ (3) $\frac{25}{6}$ (4) 4 (5) 2

4. 已知 a 、 b 、 c 為相異之正整數，且滿足 $abc = 2310$ ，則集合 $\{a, b, c\}$ 共有幾個？

- (1) 32 (2) 36 (3) 40 (4) 240 (5) 243

5. 已知 $-1 \leq x \leq 5$ ， $-3 \leq y \leq 3$ ，若 $xy + 3x - y + 2$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $M - m = ?$

- (1) 36 (2) 38 (3) 42 (4) 46 (5) 48

6. 設拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x$ 的焦點為 F ，若 A 、 B 為 Γ 上相異兩點且均在 x 軸上方，滿足 $\overline{AF} = 5$ ，

$\overline{BF} = 3$ ，則 $\triangle ABF$ 之面積為下列何值？

- (1) $2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (3) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ (4) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (5) $\sqrt{3} - 1$

二、多選題（佔 35 分）

7. 台中市政府有 400 位員工及家人參加員工自強活動，小胖統計報名表，辦理保險及分配用餐座位時，將參加人員的年紀 (x_i) 與出生西元年次 (y_i) 編成兩個數列，已知 $x_i + y_i = 2013$ ，則下列有關年紀 (x_i) 與出生西元年次 (y_i) 的統計結果哪些正確？

- (1) 全距相等 (2) 中位數相等 (3) 標準差相等 (4) 算術平均數相等 (5) 相關係數 = 1

8. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 為實係數三次多項式，則下列敘述哪些正確？

(1) 若 $f(1-2i) = 0$ ，則 $f(2-i) \neq 0$ (2) 至少有一實數 x 滿足 $f(x) = x$

(3) 若 $-\frac{3}{2}$ 為方程式 $f(x) = 0$ 的一根，則 2 是 a 的因數且 3 是 d 的因數

(4) 若 $f(-1)f(1) > 0$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 在 -1 與 1 之間沒有實根

(5) 若 $f(x) \leq 0$ 的範圍為 $x \leq 1$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 有一實根與兩虛根

9. 若實數 a, b, c, d 使得聯立方程組 $(L_1): \begin{cases} ax - 9y = b \\ x + 3y = 4 \end{cases}$ 有解，且聯立方程組 $(L_2): \begin{cases} -2x + cy = d \\ x + 3y = 4 \end{cases}$ 無解，則下列哪些選項一定正確？

(1) $a \neq 3$ (2) $b = -12$ (3) $c = -6$ (4) $d = -8$ (5) 聯立方程組 $\begin{cases} ax - 9y = b \\ -2x + cy = d \end{cases}$ 無解

10. 已知 x, y 滿足聯立不等式 $\begin{cases} x + 2y \geq 6 \\ x - y \geq 0 \\ 2x - y \leq 7 \end{cases}$ ，且目標函數 $f(x, y) = ax + y$ 在 $(4, 1)$ 處有最小值，則實數 a

之值可為下列哪些選項？

(1) -3 (2) -1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 1 (5) 2

11. 在 $\triangle ABC$ 中滿足 $\angle A > \angle B > \angle C$ ，則下列選項哪些正確？

(1) $\sin A > \sin B > \sin C$ (2) $\tan A > \tan B > \tan C$ (3) $\tan A + \tan B + \tan C > 0$

(4) $\cos(A+C) < 0$ (5) 若 $\angle A$ 為銳角，則 $\tan B \tan C > 1$

12. 有一個公正的骰子，其各面上的點數分別為 1、2、3、5、8、13。今投擲此骰子 100 次，若此 100 次之點數和為偶數的情形有 n 種，則下列各項敘述哪些正確？

(1) n 是奇數 (2) n 是一個 78 位數 (3) n 的首位數字是 3

(4) n 的末位數字是 1 (5) $n > 4^{100}$

13. 討論下列空間中三直線的關係： $L_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-8}{4} = \frac{z-4}{-1}$ ， $L_2: \frac{x-7}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$ ，

$L_3: \frac{x-4}{2} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-5}{-1}$ ，下列何者正確？

(1) L_1 與 L_2 垂直 (2) L_1, L_2 為相交兩直線且 $L_1 \parallel L_3$

(3) 若一平面 E_1 包含直線 L_2 與 L_3 ，則 $(3, -1, 2)$ 為平面 E_1 的一個法向量

(4) 直線 $L: \begin{cases} \frac{x-4}{3} = \frac{y-7}{-1} \\ \frac{y-7}{-1} = \frac{z-5}{2} \end{cases}$ 與 L_2 、 L_3 均垂直 (5) L_1 與 L_3 之距離為 $\frac{\sqrt{14}}{7}$

第貳部分：選填題（佔 35 分）

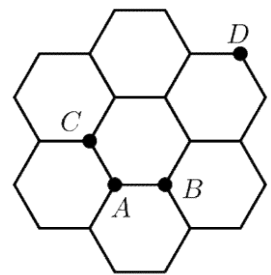
A. 設 x 、 y 為實數，若 $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-6)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-4)^2} + \sqrt{x^2 + (y-2)^2}$ 有最小值，此時 $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

B. 將 5 個不同的球任意放入 A 、 B 、 C 三個箱子中，在 A 、 B 箱中總共放入 3 個球的條件下，則 A 箱中恰放入 1 球的條件機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

C. 若一正數數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ ，其中 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，且 $\sqrt{S_{n-1}} + \sqrt{S_n} = a_n$ ($n \geq 2$)，求 $S_{20} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

D. 設 $\triangle ABC$ 三邊長分別為 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ，以 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為邊向外分別做兩個正三角形 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACE$ ，則 $\triangle ADE$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

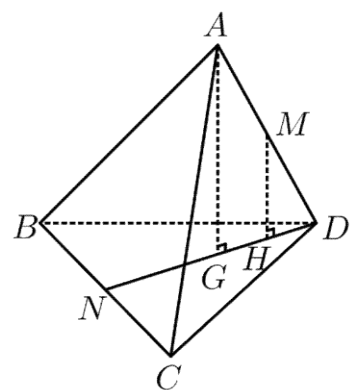
E. 圖(1)為全等之正六邊形所形成的蜂巢， A 、 B 、 C 、 D 為其中四個頂點， P 點為 \overline{BC} 與 \overline{AD} 的交點，求 $\frac{\triangle PCD \text{面積}}{\triangle PAB \text{面積}}$ 之值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(1)

F. 圖(2)，邊長為 a 的正四面體 $A-BCD$ ，線段 \overline{AD} 、 \overline{BC} 的中點分別為

M 、 N ，直線 \overrightarrow{AG} 與 \overrightarrow{MH} 分別垂直底面 BCD 於 G 和 H 點，若直線 \overrightarrow{CM} 與底面 BCD 的銳夾角為 α ，則 $\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(2)

G. 已知 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ ，方程組 $\begin{cases} ax + by = 3 \\ cx + dy = 4 \end{cases}$ 恰有一組解 $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$ ，又方程組 $\begin{cases} ex + fy = 2 \\ gx + hy = -4 \end{cases}$ 亦恰有一組解 $\begin{cases} x = m \\ y = n \end{cases}$ ，則數對 $(m, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

臺中區國立高中 102 學年度第二次學測聯合模擬考 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

- | | | |
|------|--------|---------|
| 1. 5 | 6. 2 | 11. 145 |
| 2. 4 | 7. 13 | 12. 235 |
| 3. 3 | 8. 12 | 13. 34 |
| 4. 3 | 9. 3 | |
| 5. 1 | 10. 23 | |

第貳部分：選填題（佔 35 分）

- | | | |
|-------------------|---------------------------|-------------------------|
| A. $\frac{14}{5}$ | C. 400 | F. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ |
| B. $\frac{3}{8}$ | D. $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ | G. (2,-2) |
| | E. 8 | |

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，
歡迎 email 至 weiye@pure.pro (瑋岳)提醒修改。感謝。