

南區高中 103 學年度學測聯合模擬考

第壹部分：選擇題（佔 70 分）

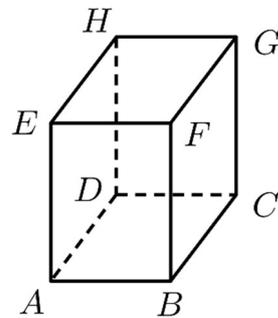
一、單選題（佔 30 分）

1. 已知 $\log_2 a = 21$ ， $\log_4 b = 11$ ，則 $\log_2(a+b)$ 之值最接近下列哪一個選項？
(1) 22.3 (2) 22.4 (3) 22.6 (4) 22.9 (5) 23
2. 坐標平面上，若直線 L 與 $3x+y-100=0$ 平行，且與兩坐標軸圍成面積為 6 的三角形，則直線 L 的方程式可能為下列哪一個選項？
(1) $3x+y=12$ (2) $x+3y=12$ (3) $x+3y=-6$ (4) $x-3y=6$ (5) $3x+y=6$
3. 已知矩陣 $A = [a_{ij}]_{4 \times 5}$ ， $B = [b_{ij}]_{5 \times 4}$ ，其中 $a_{ij} = i - j$ ， $b_{ij} = i + j$ ，如果 $AB = [c_{ij}]_{4 \times 4}$ ，則 c_{23} 之值為何？
(1) -40 (2) -26 (3) -5 (4) 1 (5) 7
4. 設 $0^\circ \leq x < 360^\circ$ ，滿足 $\cos 2x = 3 \cos x$ 的 x 之所有解為 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ，則 $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ 之為何？
(1) 120° (2) 180° (3) 270° (4) 360° (5) 390°
5. 設 3 個集合 A, B, G ，已知 $G = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， A 有元素 1， B 有元素 5，則滿足 $A \subset B \subset G$ 的 A, B 配對有多少種？
(1) 53 (2) 54 (3) 55 (4) 56 (5) 57
6. 有一長方形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AD} = 2$ ，點 P 在 \overline{BC} 上移動，點 Q 在 \overline{AB} 上移動，試求內積 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{DQ}$ 的最大值為何？
(1) 3 (2) 5 (3) 6 (4) 9 (5) 10

二、多選題（佔 40 分）

7. 下列選項中的敘述，哪些正確？
 - (1) 若 $a+b$ ， $b+c$ ， $c+a$ 都是整數，則 $a+b+c$ 是整數
 - (2) 若 a 為有理數， b 為無理數，則 ab 有可能為有理數
 - (3) 設 x 為實數，則 $f(x) = 2^x + 2^{2-x}$ 的最小值為 4
 - (4) 設 x 為大於 0 的實數，則 $y = |\log_2 x|$ 的圖形對稱於 x 軸
 - (5) 在同一坐標平面上， $y = (1.1)^x$ 與 $y = \log_{1.1} x$ 之圖形不相交

8. 如右圖，長方體 $ABCD-EFGH$ 中， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AD}=4$ ， $\overline{AE}=5$ ，則下列哪些選項正確？



- (1) $\overline{AG}=5\sqrt{2}$ (2) 四面體 $H-ABC$ 的體積為 10
 (3) $\overline{DG} \perp \overline{DB}$ (4) \overline{AG} 與 \overline{BH} 相交 (5) \overline{DG} 與 \overline{BC} 歪斜

9. 下列哪些橢圓的長軸長為 6？

- (1) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$ (2) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (3) $\frac{4x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$
 (4) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 3$ (5) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 32 = 0$

10. 有一數列 $\langle a_n \rangle$ ，已知 $a_1 = 0$ ， $a_n = \frac{1+3a_{n-1}}{5-a_{n-1}}$ ($n=2,3,4,\dots$)，則下列哪些選項正確？

- (1) $a_2 = \frac{1}{5}$ (2) $a_3 = \frac{1}{3}$ (3) $a_7 < \frac{1}{2}$ (4) $a_9 < a_{10}$ (5) $a_{97} > 0.95$

11. 在坐標平面上，下列關於圓的敘述，哪些選項正確？

- (1) 設 $A(1,0)$ ， $B(5,0)$ ， $C(4,2)$ ， $D(2,2)$ ，則恰有一圓通過 A 、 B 、 C 、 D 四點
 (2) 圓 $x^2 + y^2 = 9$ 與直線 $3x + 4y = 10$ 相交於兩點
 (3) 圓 $x^2 + y^2 = 9$ 與直線 $3x + 4y = 15$ 相切
 (4) 點 (a,b) 在圓 $x^2 + y^2 = 9$ 上移動，則 $3a - 4b$ 的最大值為 15
 (5) 點 (a,b) 在圓 $x^2 + y^2 = 9$ 上移動，則 $\sqrt{(a-4)^2 + (b+1)^2}$ 的最小值為 $\sqrt{17} - 3$

12. 下列哪些選項的條件能使 $\triangle ABC$ 唯一存在？

- (1) $\cos A = -\frac{1}{3}$ ， $\tan B = -\frac{1}{2}$ (2) $\overline{BA} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\tan B = \frac{1}{3}$
 (3) $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 65^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ (4) $\cos A = \frac{1}{3}$ ， $\cos B = \frac{1}{4}$ ， $\overline{BC} = 5$
 (5) $\frac{1}{\sin A} = \frac{2}{\sin B} = \frac{3}{\sin C}$

13. 設 $f(x) = x^3(x+2)(x+3) - 5$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) $f(-1.5) < 0$ (2) 在坐標平面上， $y = f(x)$ 之圖形與 y 軸有交點
 (3) 在坐標平面上， $y = f(x)$ 之圖形與 x 軸有交點 (4) 當 $x > 0$ 時， $f(x) > 0$ 恆成立
 (5) 若 $a+bi$ (a, b 為實數) 是 $f(x) = x^5 + 5x^4$ 的複數根，則 $a-bi$ 必也是 $f(x) = x^5 + 5x^4$ 的複數根

14. 已知變量 X 有 n 個數值資料 x_1, x_2, \dots, x_n ，其全距為 55，算術平均數為 40，中位數為 43，標準差為 3；對應的變量 Y ，數值資料 $y_i = 5 - 2x_i$ ($i=1, 2, \dots, n$)，則下列哪些選項正確？

- (1) 變量 Y 的全距為 55 (2) 變量 Y 的算術平均數為 -75
 (3) 變量 Y 的中位數為 -81 (4) 變量 Y 的標準差為 3
 (5) 將資料 (X, Y) 標準化後為 (X', Y') ，那麼 Y' 對 X' 的迴歸直線為 $y' = -x'$

第貳部分：選填題（佔 30 分）

- A. 設 $x^2 + 6x + 4 = 0$ 的兩根為 α 、 β ，則 $(2\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 + (\sqrt{\alpha} - 2\sqrt{\beta})^2$ 之值為_____。
- B. 已知 n 為正整數，則滿足 $\sum_{k=0}^n 2^k = 1 + 2 + 4 + \dots + 2^n < 3456$ 的最大 n 值為_____。
- C. 請 4 男、4 女共 8 人排成一列，則恰有 2 女相鄰的排法有_____種。
- D. 有一四邊形 $ABCD$ ，已知 $\overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$ ，則 $\frac{\Delta ABD \text{ 面積}}{\Delta ACD \text{ 面積}} =$ _____。
- E. 空間中有一光束自點 $A(2, 1, 3)$ 處射出，已知該光束經一分鐘後通過點 $B(5, 3, 4)$ ，再經 t 分鐘後穿透平面 $4x + 5y + 3z = 1500$ （假設過程沒有阻礙），則 t 最接近的整數值為_____。
- F. 桌面上放置甲、乙兩箱子，箱內各有 3 個球。甲箱內有 3 個紅球，乙箱內有 1 個紅球 2 兩個綠球。若每次由各箱任取一球後再交換放置於箱內，則經過兩次交換後，甲箱內有 1 個紅球與 2 個綠球的機率為_____。

南區高中 103 學年度學測聯合模擬考 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 70 分）

- | | | |
|------|----------|-----------|
| 1. 3 | 6. 4 | 11. 12345 |
| 2. 5 | 7. 23 | 12. 234 |
| 3. 1 | 8. 1245 | 13. 1235 |
| 4. 4 | 9. 245 | 14. 235 |
| 5. 2 | 10. 1245 | |

第貳部分：選填題（佔 30 分）

- | | | |
|----------|------------------|-------------------|
| A. -14 | D. $\frac{1}{5}$ | F. $\frac{4}{27}$ |
| B. 10 | E. 58 | |
| C. 17280 | | |

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，
歡迎 email 至 weiye@pure.pro (瑋岳)提醒修改。感謝。