

## 南區高中 104 學年度第一學期學測聯合模擬考

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

一、單選題（佔 25 分）

1. 設  $f(x) = \sum_{k=1}^{10} k(x-k)^2 = 1 \cdot (x-1)^2 + 2 \cdot (x-2)^2 + 3 \cdot (x-3)^2 + \cdots + 10 \cdot (x-10)^2$ ， $x$  為任意實數，則

$f(x)$  的最小值為何？

- (1)  $f(5)$    (2)  $f(6)$    (3)  $f(7)$    (4)  $f(8)$    (5)  $f(9)$

2. 橢圓  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  通過點  $(2,3)$ ，與  $x$  軸交點  $A$ 、 $B$ ，與  $y$  軸交點  $C$ 、 $D$ ，則四邊形  $ACBD$  面積的最小值為何？

- (1) 22   (2) 24   (3) 25   (4) 28   (5) 30

3. 由 7, 8, 10, 10, 11, 14, 14 等七個數任選取 3 個，其「中位數」為 10 的機率為何？

- (1)  $\frac{12}{35}$    (2)  $\frac{2}{5}$    (3)  $\frac{3}{7}$    (4)  $\frac{17}{35}$    (5)  $\frac{19}{35}$

4.  $\triangle ABC$  所在平面上一點  $G$  滿足  $2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$ ，則  $(\triangle GAB \text{ 面積}) : (\triangle GBC \text{ 面積})$  等於下列何者？

- (1) 3:2   (2) 5:3   (3) 7:3   (4) 8:5   (5) 2:1

5. 設  $\overrightarrow{a} = (\cos 2x, 2, 5)$ ， $\overrightarrow{b} = (1, 3, -\cos x)$ ，但  $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ ，則內積  $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$  的最大值為何？

- (1) 12   (2) 11   (3) 9   (4) 7   (5) 6

二、多選題（佔 40 分）

6. 請問下列哪些選項是正確的？

(1) 設  $a < b$ ，又  $A = \frac{a+2b}{3}$ ， $B = \frac{3a+2b}{5}$ ，則  $A < B$    (2)  $\sqrt{26} - \sqrt{13} < \sqrt{28} - \sqrt{15}$

(3)  $\frac{\tan 23^\circ}{1 - \tan^2 23^\circ} > \cos 61^\circ$    (4)  $\log_{\frac{1}{3}} 5 < \log_{\frac{1}{2}} 5$    (5)  $(0.9)^{10} > (0.8)^5$

7. 設  $f(x)$  為  $x$  的 3 次實係數多項式，已知  $f(-2) = 4$ ， $f(1) = 1$ ， $f(3) = 9$ ，又  $f(0) = 12$ ，則下列哪些選項是正確的？

(1)  $f(-1) > 0$    (2)  $f(2) > 0$    (3)  $f(x) = 0$  沒有正根

(4)  $f(x) = 0$  有比  $(-2)$  小的實根   (5)  $f(x)$  以  $x-4$  除之，得餘式為 52

8. 下列  $x$  的方程式或  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的方程組，哪些選項有實數解？

(1)  $x^2 - |x| - 2 = 0$    (2)  $x^2 + x - 2^x = 0$    (3)  $|\log_2 x| - 3x = 0$

$$(4) \begin{cases} 4x + 2y - 6z - 13 = 0 \\ 2x + y - 3z = 0 \end{cases} \quad (5) \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{3} \\ 3x - 4y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$$

9. 用 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 等七個數作成四位數，則下列哪些選項是正確的？
- (1) 若數字可重複選用，所有作成的四位數由小而大排列，第 300 個是 1605
  - (2) 若數字可重複選用，所有作成的四位數，為偶數者有  $24 \times 49$  個
  - (3) 若數字不可重複選用，所有作成的四位數，為奇數者有  $12 \times 25$  個
  - (4) 所有作成的四位數  $abcd$ ，滿足  $a < b < c < d$  者有  $C_2^6$  個
  - (5) 所有作成的四位數  $abcd$ ，滿足  $a \geq b \geq c \geq d$  者有  $(C_4^{10} - 1)$  個

10. 數列  $\{a_n\}$ ：  $a_1 = 1$ ，  $a_{n+1} = \frac{a_n - 7}{3a_n - 5}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )，則下列哪些選項是正確的？

(1)  $a_2 > 2$       (2)  $a_3 < 0$       (3)  $a_4 = 1$       (4)  $a_{105} + a_{2014} = 2$       (5)  $\sum_{n=1}^{104} a_n$  是 3 的整數倍

11. 有  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三組資料，其變量  $X$  與  $Y$  的對應數據如下：

$$A: \begin{array}{c|c|c|c} X & 1 & 3 & 5 \\ \hline Y & 3 & 4 & 5 \end{array} \quad B: \begin{array}{c|c|c|c} X & 1 & 3 & 5 \\ \hline Y & 4 & 3 & 5 \end{array} \quad C: \begin{array}{c|c|c|c} X & 1 & 3 & 5 \\ \hline Y & 4 & 5 & 6 \end{array}$$

下列選項哪些正確？

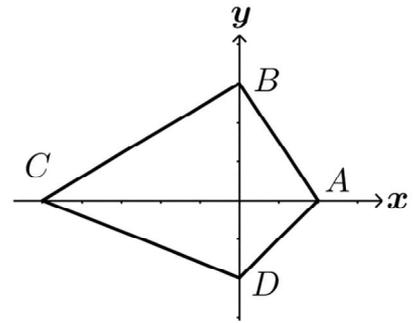
- (1)  $A$  組  $Y$  的標準差與  $B$  組  $Y$  的標準差相等
  - (2)  $A$  組的相關係數與  $B$  組的相關係數相等
  - (3)  $A$  組的相關係數與  $C$  組的相關係數相等
  - (4) 在同一坐標平面上， $A$  組  $Y$  對  $X$  的迴歸直線與  $B$  組  $Y$  對  $X$  的迴歸直線恰相交於一點
  - (5) 在同一坐標平面上， $A$  組  $Y$  對  $X$  的迴歸直線與  $C$  組  $Y$  對  $X$  的迴歸直線平行
12.  $\triangle ABC$  中， $\overline{BA} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\overline{BC}$  上的三等分點  $D$ 、 $E$  ( $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ )，則下列哪些選項是正確的？
- (1)  $\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$       (2)  $\triangle ABC$  的外接圓面積大於  $10\pi$       (3)  $\triangle ABC$  為鈍角三角形
  - (4)  $\overline{AD} < \overline{AE}$       (5)  $\triangle ABD$  的內切圓面積大於  $\triangle ACE$  的內切圓面積

13. 坐標平面上四條直線  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ， $\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$ ， $-\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ ， $-\frac{x}{5} - \frac{y}{2} = 1$  圍成四邊形  $ABCD$  (如圖(1))，

試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 對四邊形  $ABCD$  上的動點  $(x, y)$ ， $3x + 2y$  有最小值  $-4$
- (2) 圓  $x^2 + y^2 = 2$  與四邊形  $ABCD$  相切

- (3) 橢圓  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  與四邊形  $ABCD$  相交
- (4) 雙曲線  $\frac{y^2}{4} - \frac{(x+2)^2}{9} = 1$  與四邊形  $ABCD$  相交
- (5) 拋物線  $(x+2)^2 = 5(y+5)$  與四邊形  $ABCD$  相交



圖(1)

第貳部分：選填題（佔 35 分）

- A. 設  $k$  為不等於 0 的實數，已知  $\left(kx^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{10}$  展開式中， $x^{20}$  項與  $x^{15}$  項的係數相同，則  $k =$  \_\_\_\_\_。
- B. 設  $m$  為實數，已知  $4^x + (m-4) \cdot 2^{x+1} + (m+2) = 0$  有相異的兩實根，則  $m$  的範圍為  $\alpha < m < \beta$ ，得  $\beta - \alpha =$  \_\_\_\_\_。
- C. 一袋內盛有紅色球 3 個，綠色球 3 個，藍色球 4 個，共 10 個球。假設任一球被取的機會相同，今由袋中任取 3 球，已知這 3 球恰有兩種顏色，則這 3 球中有藍色球的機率為 \_\_\_\_\_。
- D. 有一矩形  $ABCD$ ， $\overline{AB} = 10$  公尺， $\overline{BC} = 20$  公尺。如圖(2)，機器甲狗自  $A$  沿矩形邊往  $B$ 、 $C$ 、 $D$  方向以每分鐘 4 公尺等速前進；機器乙狗自  $C$  沿矩形邊往  $D$ 、 $A$ 、 $B$  方向以每分鐘 3 公尺等速前進。今甲、乙兩狗同時出發，在不超過 10 分鐘的大前提下，兩狗於 \_\_\_\_\_ 分鐘後相距最短。
- E. 兩個二階方陣  $A = \begin{bmatrix} -x & 3 \\ 2 & 7+x \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & 7+x \\ 2-x & 6 \end{bmatrix}$ ，若  $A^{-1}$  存在，但  $B^{-1}$  不存在，則  $x =$  \_\_\_\_\_。
- F. 四面體  $O-ABC$  中， $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$  兩兩互相垂直，且  $\overline{OA} = 1$ ， $\overline{OB} = 1$ ， $\overline{OC} = 2$ 。已知該四面體內有一點  $P$  到四個面的距離均為  $r$ ，則  $r =$  \_\_\_\_\_。
- G. 在同一平面上有兩個定點  $F_1$  與  $F_2$ ， $\overline{F_1F_2} = 6$ ，若點  $P$  滿足  $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 10$ ， $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 4$ ，則  $\Delta PF_1F_2$  的面積為 \_\_\_\_\_。



圖(2)

## 南區高中 104 學年度第一學期學測聯合模擬考 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

- |      |          |          |
|------|----------|----------|
| 1. 3 | 6. 35    | 11. 1345 |
| 2. 2 | 7. 145   | 12. 1245 |
| 3. 4 | 8. 123   | 13. 234  |
| 4. 5 | 9. 12345 |          |
| 5. 1 | 10. 123  |          |

第貳部分：選填題（佔 35 分）

- |                   |                    |                  |
|-------------------|--------------------|------------------|
| A. $\frac{-8}{3}$ | C. $\frac{10}{13}$ | E. $-4$          |
| B. 4              | D. $\frac{40}{7}$  | F. $\frac{1}{4}$ |
|                   |                    | G. $4\sqrt{5}$   |

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，  
歡迎 email 至 [weiye@pure.pro](mailto:weiye@pure.pro) (瑋岳)提醒修改。感謝。