全國公私立高中 **105** 學年度 學測 第三次 模擬考

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

一、單選題（佔 30 分）

1. 下列選項的數值中，請選出全距最大的選項。

(1) $(0.5)^{-8}$，$(0.5)^{-9}$，$(0.5)^{-10}$　(2) $(0.5)^{-10}$，$(0.5)^{-11}$，$(0.5)^{-12}$　(3) $(2.1)^{8}$，$(2.1)^{9}$，$(2.1)^{10}$

(4) $(2.1)^{10}$，$(2.1)^{11}$，$(2.1)^{12}$　(5) $0.5\times(2.1)^{8}$，$0.5\times(2.1)^{10}$，$0.5\times(2.1)^{12}$

2. 目前國際使用芮氏規模來表示地震強度，設 $E(r)$ 為地震芮氏規模 r 時震央所釋放出來的能量。r 與 $E(r)$ 的關係如下：$\log E(r)=5.24+1.44r$。由此可知，地震規模增加 1，則釋放的能量增加約為原能量的 30 倍。近年來臺灣的兩次重大地震：1999 年南投集集地震芮氏規模 7.3，2016 年高雄美濃地震芮氏規模 6.6。試問 1999 年級集集地震其震央所釋放出來的能量是 2016 年美濃地震震央所釋放出來的能量的多少倍？請選出最接近的數值。

(1) 5 倍　(2) 10 倍　(3) 15 倍　(4) 20 倍　(5) 25 倍

3. 已知 $f(x)=x^2-x+2016$，請選出下列各值中最小的選項。

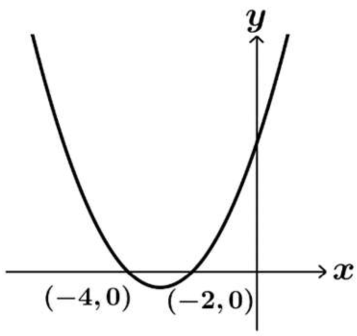
(1) $f(\cos 20\pi)$　(2) $f(\cos\frac{5\pi}{12})$　(3) $f(\cos\frac{10\pi}{12})$　(4) $f(\cos\frac{15\pi}{12})$　(5) $f(\cos\frac{20\pi}{12})$

4. 在袋子中放大相同大小的 1 號球 2 顆，2 號球 3 顆，3 號球 4 顆，4 號球 5 顆，5 號球 6 顆。若隨機從袋中抽出 2 顆球，2 顆球號碼不同的機率為 p，請選出與數值 p 最接近的選項。

(1) 0.9　(2) 0.8　(3) 0.5　(4) 0.2　(5) 0.1

5. 設 a、b、c 為實數，圖(1)為 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形。關於聯立方程式 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2=c^2\\ x+y+c=0\end{cases}$ 的解，請選出正確的選項。

(1) 無實數解　(2) 恰有 1 個實數解　(3) 恰有 2 個相異實數解
(4) 可能為 1 個或 2 個相異實數解　(5) 無法判斷



圖(1)

6. 設 $\langle b_n\rangle$ 為一等比數列，其中 $b_n=(\sqrt{2})^{a_n}$。已知數列 $\langle a_n\rangle$ 的前 10 項和為 $\sum_{k=1}^{10}a_k=90$，前五個奇數項的和為 $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9=40$，請選出數列 $\langle b_n\rangle$ 的前 10 項和 $S_{10}=\sum_{k=1}^{10}b_k$ 的範圍。

(1) $S_{10}<500$　(2) $500<S_{10}<1000$　(3) $1000<S_{10}<1500$　(4) $1500<S_{10}<2000$　(5) $S_{10}>2000$

二、多選題（佔 35 分）

7. 已知 $f(x)$ 為實係數四次多項式，最高次項係數為 1，且 $f(1)=0$，$f(1+i)=0$，$f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 15，請選出正確的選項。

(1) $2016x-2016$ 為 $f(x)$ 的一個因式　(2) $f(-1-i)=0$

(3) 平面上 $y=f(x)$ 的圖形和 x 軸恰有兩個相異交點

(4) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x+1)$ 的餘式為 $-10(x+1)+15$　(5) 可找到 2 個以上整數值滿足 $f(n)<0$

8. 若存在實數 x 使得 $|x|+|x-1|=k$，則實數 k 的可能值為何？

(1) $\log_2 3$　(2) $2^{0.5}$　(3) $\sqrt{12-4\sqrt{8}}$　(4) $\tan 50^\circ$　(5) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$

9. 班上 50 個學生參加科目 A、B 的能力測驗，各科分數計算均為 0 分至 100 分。已知科目 A 的平均成績為 60 分，標準差為 15 分，科目 B 的平均成績為 k 分，標準差為 12 分。由最小平方法得到科目 B 對科目 A 的迴歸直線為 $y=\frac{3}{4}x+17$，請選出正確的選項。

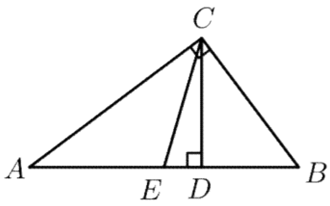
(1) 全班約 25 人科目 A 的分數低於 60 分

(2) 由標準差可知科目 A 的全距一定大於科目 B 的全距

(3) $k>60$　(4) 科目 A 與科目 B 的相關係數小於 0.8

(5) 已知班上小櫻同學在科目 A 的到 72 分，則利用迴歸直線可知其科目 B 成績一定為 71 分

10. 如圖(2)，ΔABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\overline{AC}=8$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CD}\perp\overline{AB}$，點 E 在 $\overline{AB}$ 上，請選出正確的選項。



圖(2)

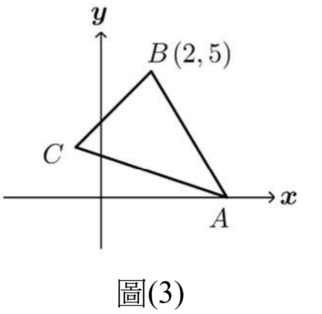
(1) $\cos\angle ACD=\frac{4}{5}$

(2) 若 E 為 $\overline{AB}$ 中點，則 $\sin\angle CEB:\sin\angle ECB=6:5$

(3) 若 E 為 $\overline{AB}$ 中點，則 $\sin\angle CEB=\frac{24}{25}$　(4) 若 $\overline{CE}$ 為 $\angle ACB$ 的角平分線，則 $\overline{CE}=\frac{12\sqrt{2}}{7}$

(5) (ΔACE 外接圓半徑)：(ΔBCE 外接圓半徑)＝$4:3$

11. 如圖(3)所示，已知不等式 $\begin{cases} x+3y\ge 5 \\ ax+y\le 3 \\ 5x+3y\le b \end{cases}$ 的可行解區域為 ΔABC (含邊界)，請選出正確的選項。



圖(3)

(1) $a>0$　(2) $b>0$　(3) 直線 BC 的斜率小於 1

(4) 若 $P(x,y)$ 滿足不等式，則 $2x-y$ 最小值為 -4

(5) 若加入第四個條件 $3x+y\le 7$，則可行解區域變為四邊形

12. 坐標平面上 O 為原點，設 $\overrightarrow{u}=(1,2)$，$\overrightarrow{v}=(4,2)$。令 Ω 為滿足 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{u}+y\overrightarrow{v}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $1\le x\le 2$，$a\le y\le 1$，$a<1$，請選出正確的選項。

(1) $\overrightarrow{u}$ 和 $\overrightarrow{v}$ 的夾角小於 $60°$

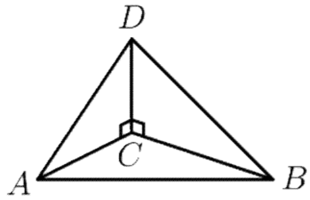
(2) 由 $\overrightarrow{u}$ 和 $\overrightarrow{v}$ 所決定的平行四邊形面積為 8

(3) 當 $a<\frac{-1}{4}$，Ω 的圖形通過第二象限

(4) 當 $a=0$，Ω 的圖形為一菱形

(5) 當 $a=-1$，Ω 的圖形面積小於 15

13. 地面上有一高塔，塔底為 C，塔頂為 D，如圖(4)所示。若從地面上 A、B 兩點測得塔頂的仰角分別為 θ、$\frac{\theta}{2}$ $(0°<\theta<90°)$，已知 $\overline{AD}=8$，$\overline{BD}=8\sqrt{3}$，$\cos\angle ADB=\frac{5\sqrt{3}}{12}$，請選出正確的選項。



圖(4)

(1) $\sin\theta>0.8$　(2) 塔高 $\overline{CD}<6$　(3) 線段 $\overline{AB}<8$

(4) $\angle ACB>90°$　(5) ΔABC 面積大於 $8\sqrt{3}$

第貳部分：選填題（佔 35 分）

A. 已知 n 為正整數，a、b 為實數，$(a+b)^n=\sum_{r=0}^{n}C_r^n a^r b^{n-r}$。若 $\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{x}\right)^6$ 展開式中 x^k 項的係數最大，則 k 值為_______。

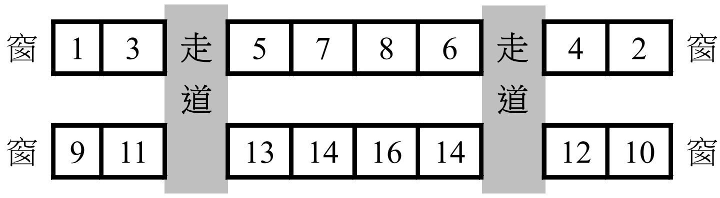
B. 平面坐標上，O 為原點，直線 $L_1: a_1x+b_1y=1$ 與 $L_2: a_2x+b_2y=1$ 為平行兩直線。若 $A(a_1,b_1)$ 與 $B(a_2,b_2)$ 為圓 $x^2+y^2=4$ 上相異兩點，則內積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$_______。

C. 平面坐標上，O 為原點，已知點 C 為 $\overline{AB}$ 中點，且 $A[2,\theta_1]$，$B[4,\theta_2]$，$\cos\theta_1=\frac{3}{5}$，$0°<\theta_1<\theta_2<180°$。若 $\angle AOB=90°$，則點 C 的直角坐標為_____________。

D. 甲、乙、丙三個人玩遊戲，開始時，甲、乙兩人坐著，丙站著。每輪遊戲恰有一個人由站著變成坐著或由坐著變成站著。已知在第 4 輪的遊戲結束後，甲、乙、丙三人均站著。例如：第 1 輪甲變成站著(乙還是坐著，丙站著)，第 2 輪乙變成站著(甲、乙、丙都站著)，第 3 輪丙變成坐著，第 4 輪丙變成站著，為其中一種情形。試問第 1 輪到第 4 輪的遊戲操作有________種不同情形。

E. 已知 n 為正整數，多項式 $x^n=(3x+2)^n\cdot a+r(x)$，a 為實數。令 x^n 除以 $(3x+2)^n$ 所得餘式 $r(x)$ 的常數項為 r_n，則滿足 $|10\times r_n|<1$ 的最小正整數 n 為________。

F. 某公司的客機經濟艙全部有 200 個座位，其中有兩個走到，走道之間每排有 4 個位置，而走道外側每排各有兩個座位。為了方便乘客找到自己的位置，奇數號的位置在一邊，偶數號的位置在另一邊(如圖(5))。已知乘客賈先生座位號碼為 10 的倍數的條件下，其坐在靠窗位置的條件機率為_________。



圖(5)

G. 已知 $\overrightarrow{OA}=(a,b)$，$\left|\overrightarrow{OA}\right|=5\sqrt{2}$，$\overrightarrow{OB}=(12,12)$，若行列式$\begin{vmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=8$，則 $\overrightarrow{OA}$ 在 $\overrightarrow{OB}$ 上的正射影為__________。

全國公私立高中 **105** 學年度 學測 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

1. 4
2. 2
3. 5
4. 2
5. 1
6. 3
7. 13
8. 124
9. 3
10. 235
11. 24
12. 135
13. 15

第貳部分：選填題（佔 35 分）

$A.$ -6

$B.$ -4

$C.$ $(-1,2)$

$D.$ 20

$E.$ 6

$F.$ $\dfrac{1}{4}$

$G.$ $\pm(3,3)$

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，
歡迎 *email* 至 *weiye@pure.pro* (瑋岳)提醒修改。感謝。