

全國公立高中 104 學年度 學測 第一次模擬考

第壹部分：選擇題（佔 60 分）

一、單選題（佔 35 分）

1. 設 a 、 b 皆為大於 0 的實數，已知 $2a+b=6$ ，求 $3ab$ 的最大值為？

- (1) 9 (2) $\frac{9}{2}$ (3) $\frac{27}{2}$ (4) 18 (5) 27

2. 設函數 $f(x)=2\cdot(4x^2-3x-5)$ ，其中 $1\leq x\leq 3$ ，則函數 $f(x)$ 的最小值為？

- (1) $-\frac{89}{8}$ (2) -8 (3) $-\frac{89}{16}$ (4) -10 (5) -4

3. 設 x 為整數，則滿足不等式 $\sqrt{x+6} > x$ 的 x 值有幾個？

- (1) 3 (2) 4 (3) 7 (4) 8 (5) 9

4. 設 $f(x)=x^4-3x^3+12x^2-5x-6$ ，則 $f(1-3i)=?$

- (1) $-1-15i$ (2) $-1+15i$ (3) $5-6i$ (4) $5+6i$ (5) $1-15i$

5. 設 a 、 b 為實數，若不等式 $|ax-1|\leq b$ 的解為 $-5\leq x\leq 2$ ，則數對 $(a,b)=?$

- (1) $(\frac{2}{3}, \frac{7}{3})$ (2) $(-\frac{2}{3}, \frac{7}{3})$ (3) $(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{3})$ (4) $(\frac{7}{3}, -\frac{2}{3})$ (5) $(\frac{7}{3}, \frac{2}{3})$

6. 求 $\frac{\log_2 5 + \log_4 3}{\log_2 \sqrt{5}}$ 之值為？

- (1) $\log_4 70$ (2) $\log_4 23$ (3) $\log_2 \sqrt{15}$ (4) $2 + \log_5 3$ (5) $5 + \log_5 3$

7. 下列哪個 m 值可以使得方程式 $3\cdot 16^x - 2m\cdot 4^x - m + 6 = 0$ 有兩相異實根？

- (1) -7 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 7

二、多選題（佔 25 分）

8. 不等式 $x(x-2)(x+3)\leq 0$ 的解與下列哪些相同？

- (1) $x^2(x-2)(x+3)\leq 0$ (2) $\frac{x(x+3)}{x-2}\leq 0$ (3) $\frac{x(x+3)(x^2-4)}{x+2}\leq 0$
(4) $x(x-2)^3(x+3)(x^2+1)\leq 0$ (5) $(x^2+x-6)(x^5+6x^3+9x)\leq 0$

9. 設多項式函數 $f(x) = x^6 + 3x^2 - 6$ ，請選出正確的選項。

(1) 多項式 $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 -2

(2) 多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 的餘式為 $x-2$

(3) 方程式 $f(x) = 0$ 在 1 與 2 之間必定至少存在一實根

(4) 若 $g(x) = x - \frac{3}{2}$ ，則方程式 $f(x) \cdot g(x) = 0$ 在 1 與 2 之間必定至少存在一實根

(5) 已知方程式 $f(x) = x^6 + 3x^2 - 6 = 3^x + 3^{-x}$ 有四個相異實根，則此四相異實根之和恰為 0

10. 設 $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ ，其中 a 、 b 、 c 為實數。已知 $f(x)$ 除以 $x^2 + 1$ 得餘式為 $2x + 1$ ，

$f(x)$ 除以 $x + 1$ 得餘式為 5 ，請選出正確的選項。

(1) $a - b + c = -4$ (2) $a = c$ (3) $a = 3$ (4) $b = 2$ (5) $c = -3$

11. 關於下列不等式，請選出正確的選項。

(1) $0.8^{\frac{1}{6}} < 0.9^{\frac{1}{6}}$ (2) $0.8^{\frac{-1}{6}} < 0.9^{\frac{-1}{6}}$ (3) $8^{\frac{1}{6}} < 9^{\frac{1}{6}}$ (4) $0.3^{0.8} < 0.3^{0.9}$ (5) $3^{-0.8} < 3^{-0.9}$

12. 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，考慮函數 $f(x) = a^x$ ， $g(x) = \log_a x$ ，請選出正確的選項。

(1) 若 $f(2) = 5$ ，則 $g(125) = 6$

(2) 方程式 $f(x) = x^2$ 恰有兩相異實數解

(3) 一新函數 $y = f(x) - 1$ 的圖形必通過原點

(4) 函數 $f(x)$ 的圖形可經由旋轉、平移後得到 $y = g(x)$ 的圖形

(5) 設直線 $y = x + 3$ 與 $y = f(x)$ 的圖形有兩個交點，則直線 $y = x - 3$ 與 $y = g(x)$ 也會有兩個交點

第貳部分：選填題（佔 40 分）

A. 設 $-2 \leq x \leq 3$ ， $1 \leq y \leq 4$ ，若 $xy + y$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M, m) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

B. 設正實數 a 的小數部分為 b ($0 < b < 1$)，且 $3a^2 - 2b^3 = 41$ ，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

C. 設多項式 $f(x) = a \cdot x \cdot (x-1) + b(x-1)(x-2) + c(x+1)$ ，其中 a 、 b 、 c 皆為實數。

若 $f(0) = f(3) = f(-2) = 1$ ，求 $8a + 2b + c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

D. 設多項式 $f(x) = 1 \cdot \frac{(x-2)(x-\sqrt{2})}{(1-2)(1-\sqrt{2})} + 4 \cdot \frac{(x-1)(x-\sqrt{2})}{(2-1)(2-\sqrt{2})} + 2 \cdot \frac{(x-1)(x-2)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-2)}$ ，求 $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

E. 設 a 為實數，在坐標平面上，拋物線 $y = (a^2 - 1)x^2 + ax + (a^2 - a - 6)$ 的圖形經過四個象限，求 a 之範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

F. 坐標平面上，設 A 、 B 兩點分別落在函數 $y = 3^x$ 與 $y = 2 \cdot 3^x$ 的圖形上，且 \overline{AB} 平行 y 軸，又 $\overline{AB} = 7$ ，則 B 點的 y 坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

G. 試利用下面的對數表求出 $\sqrt[3]{\frac{3.39}{479}}$ 的近似值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(四捨五入到小數點後第二位)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396

- H. 依依電腦公司研發出一個測螢幕雜訊的方法。假設某螢幕的每平方公分有 n 個雜訊點，則其「雜訊程度」 $r(n)$ 定義為 $r(n) = 1 + \frac{1}{5} \log_4 n$ 。現已知 A 螢幕其雜訊程度為 67.3， B 螢幕其雜訊程度為 48.1。若 A 螢幕每平方公分的雜訊點為 B 螢幕的 k 倍，則 k 的整數部分為_____位數，首位數字為_____。

全國公私立高中 104 學年度 學測 第一次模擬考 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 60 分）

- | | | |
|------|--------|---------|
| 1. 3 | 5. 2 | 9. 1345 |
| 2. 2 | 6. 4 | 10. 234 |
| 3. 5 | 7. 4 | 11. 13 |
| 4. 1 | 8. 345 | 12. 135 |

第貳部分：選填題（佔 40 分）

- | | | |
|-------------------|--------------------------------|----------|
| A. (16, -4) | C. -1 | G. 0.19 |
| | D. 25 | H. 58, 6 |
| B. $2 + \sqrt{3}$ | E. $-2 < a < -1$ 或 $1 < a < 3$ | |
| | F. 14 | |

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，
歡迎 email 至 weiye@pure.pro (瑋岳)提醒修改。感謝。