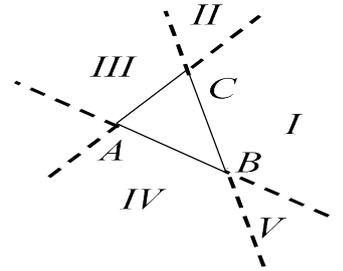


臺北區 104 學年度 學測聯合模擬考 第三次

第壹部分：選擇題（佔 60 分）

一、單選題（佔 30 分）

1. 平面上有一 $\triangle ABC$ 及一點 P ，若 $\overrightarrow{AP} = \frac{21}{17}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{17}\overrightarrow{AC}$ ，試問 P 會落在附圖中哪個區域內？
 (1) I (2) II (3) III (4) IV (5) V



2. 若 $\log_9 a + \log_9 b \geq (\log_9 a)(\log_9 b)$ 且 $\log_a b = 2$ ，則滿足條件的整數 a 共有多少個？
 (1) 26 (2) 27 (3) 28 (4) 29 (5) 30
3. 擲一顆公正骰子三次，出現之點數依序為 x 、 y 、 z ，已知 x 、 y 、 z 之和為 10 的條件下， x 、 y 、 z 中最大者為偶數之機率為何？
 (1) $\frac{7}{9}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{5}{9}$ (4) $\frac{4}{9}$ (5) $\frac{1}{3}$
4. 設 m 、 k 皆為實數，則滿足 $m \cdot k > 0$ 的直線 $y = mx + k$ 與下列哪一個圖形必不相交？
 (1) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$ (2) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ (3) $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0$
 (4) $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ (5) $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$
5. 試問下列各選項之 m 值，何者會使得方程式 $mx + 3|x + 4| - 2 = 0$ 無解？
 (1) 5 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) -3 (4) -6 (5) $\frac{10}{3}$
6. 今有一大學生參加電視節目的錄影，節目結束前由三位主持人與此大學生各自獨立地在自己的板上寫下 1~10 當中的一個數字，只要學生寫下的數字與任一位主持人的數字相同，他便可以贏得節目準備的獎品。試問三位主持人與學生寫下的數字組合中，有多少種可使學生贏得獎品？
 (1) 2160 種 (2) 2340 種 (3) 2710 種 (4) 3000 種 (5) 4960 種

二、多選題（佔 30 分）

7. 統計甲、乙、丙、丁、戊五位同學，在某次測驗中複習功課的時間 x （小時）與測驗成績 y （分），如附表，若 x 與 y 的相關係數為 r ， y 對 x 的迴歸直線斜率為 m ，下列敘述何者正確？

	甲	乙	丙	丁	戊
x	2	3	4	5	6
y	40	50	60	80	70

- (1) $r > 0$
 (2) $m > 10$
 (3) 若將丁、戊兩人的成績交換，則 x 與 y 的相關係數會變大
 (4) 若將丁、戊兩人的成績交換，則 y 對 x 的迴歸直線斜率會變大
 (5) 將資料 (x, y) 標準化後為 (x', y') ，則 y' 對 x' 的迴歸直線斜率為 m

8. 在 $\triangle ABC$ 中，下列何者正確？

- (1) 若 $\sin A = \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $\triangle ABC$ 為正三角形 (2) $\sin A$ 、 $\sin B$ 、 $\sin C$ 有可能都小於 $\frac{1}{2}$
- (3) $\sin A$ 、 $\sin B$ 、 $\sin C$ 有可能都大於 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) 若 $\sin A = \cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $\triangle ABC$ 必為直角三角形
- (5) 若 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $\cos(180^\circ + A) = -\frac{1}{2}$

類型	餐點
水餃	韭菜水餃
便當	排骨便當
	雞腿便當
湯麵	肉羹麵
	魷魚羹麵
	土魷魚羹麵

9. 如附表，熱食部的餐點共有水餃、便當、湯麵三個類型，共六種餐點。小明每天中午都在熱食部隨機選購一種餐點，而且每天選購的類型皆與前一天相異。例如：若小明週一選購湯麵類，則週二就從水餃類及便當類共三種餐點中，隨機選購一種，則下列選項何者正確？

- (1) 若小明第一天選購肉羹麵，則第三天選購水餃的機率為 $\frac{1}{6}$
- (2) 若小明第一天選購魷魚羹麵，則第三天選購便當的機率隨 $\frac{2}{15}$
- (3) 若小明第一天選購土魷魚羹麵，則第三天選購湯麵的機率為 $\frac{7}{10}$
- (4) 長期而言，小明選購水餃的機率為 $\frac{5}{22}$
- (5) 長期而言，小明選購排骨便當的機率為 $\frac{4}{11}$

10. 坐標平面上有兩圖形 $\Gamma_1: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ 與 $\Gamma_2: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ，設 P 、 Q 、 R 、 S 分別為兩圖形在第一、第二、第三、第四象限的交點，若 F_1 與 F_2 分別為圖形 Γ_1 的左右兩個焦點，試問下列敘述何者正確？

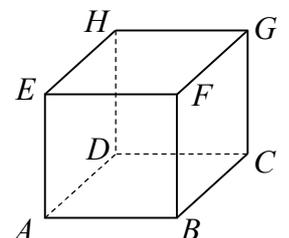
- (1) Γ_1 與 Γ_2 兩圖形共焦點 (2) $\overline{PF_1}^2 - \overline{PF_2}^2 = 60$ (3) $\triangle PF_1F_2$ 面積為 $3\sqrt{7}$
- (4) $\overline{PS} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$ (5) 四邊形 $PQRS$ 與 $\triangle PF_1F_2$ 的外接圓圓心相同

11. 若 $f(x)$ 為過 $(5,3)$ 、 $(6,5)$ 、 $(8,9)$ 三點的最低次多項式函數，下列選項何者正確？

- (1) $f(x)$ 的圖形為一直線 (2) $f(x) = 0$ 恰有一實根在 3 與 4 之間

(3) 若多項式 $Q(x) = 3 \cdot \frac{(x-6)(x-8)(x-9)}{(5-6)(5-8)(5-9)} + 5 \cdot \frac{(x-5)(x-8)(x-9)}{(6-5)(6-8)(6-9)} + 9 \cdot \frac{(x-5)(x-6)(x-9)}{(8-5)(8-6)(8-9)} + 11 \cdot \frac{(x-5)(x-6)(x-8)}{(9-5)(9-6)(9-8)}$ ，則 $f(x)$ 圖形和 $Q(x)$ 圖形恰有三個交點

- (4) $f(x)$ 除以 $(x-7)$ 的餘式為 7 (5) $f(x) < -1$ 的解為 $x < 3$



12. 如圖， $ABCD-EFGH$ 為一邊長為 2 的正立方體，其中 P 、 Q 、 R 分別為 \overline{AE} 、 \overline{CG} 、 \overline{HG} 之中點，下列選項哪些正確？

(1) $\overline{PQ} = 2\sqrt{3}$ (2) ΔPQR 的面積為 $2\sqrt{3}$ (3) 直線 DF 與平面 PQR 垂直

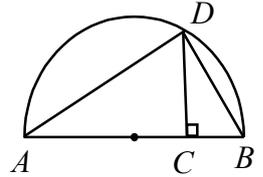
(4) 向量 \overrightarrow{PQ} 與 \overrightarrow{RP} 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) H 到平面 PQR 的最短距離為 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

第貳部分：選填題（佔 40 分）

A. 設 C 是 \overline{AB} 上一點，以 \overline{AB} 為直徑作一半圓， \overline{CD} 垂直 \overline{AB} 且交半圓於

D ，如略圖所示。若 $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 2 + \sqrt{3}$ ， $\overline{CD} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ，其中

$a > b$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



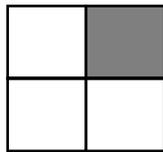
B. 已知空間中直線 $L_1: \begin{cases} x+3y-z=3 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$ ，直線 $L_2: \frac{x-4}{a} = \frac{y-b}{4} = \frac{z-2}{-2}$ ，若 L_1 與 L_2 垂直，則 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

C. 已知一邊長為 1 的白色正方形，

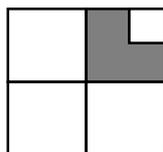
第 1 步驟：將其等分成 4 個小正方形，並將其右上角的小正方形塗成黑色，如第一圖。

第 2 步驟：將其最右上角的黑色正方形分成 4 個小正方形，並將其最右上角的黑色小正方形塗成白色，如第二圖。

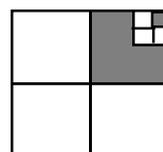
第 3 步驟：將其最右上角的白色正方形分成 4 個小正方形，並將其最右上角的白色小正方形塗成黑色，如第三圖。



第一圖



第二圖



第三圖

依照這樣的規律，繼續分割與著色，則第五圖中的黑色區域的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）

D. 已知 m 階方陣 $A = [a_{ij}]_{m \times m}$ ，且每一個元素 $a_{ij} = \begin{cases} 1, & i < j \\ 0, & i = j \\ -1, & i > j \end{cases}$ 。若方陣 A 中所有元素的標準差為

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

E. 四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ ， $\overline{AD} = 5$ ，求 ΔACD 的外接圓面積為 $\underline{\hspace{2cm}} \pi$ 。（化為最簡分數）

- F. 已知直線 $L: 2x + 3y = 7$ ，若 $\overrightarrow{AB} = (12, 5)$ ， A 對 L 的對稱點為 $(3, 9)$ ，則 B 對 L 的投影點為 _____。
- G. 小丸子每天早上起床後必先完成洗臉、刷牙、穿衣服、穿裙子、戴隱形眼鏡和吃早餐，共六件事情。其中洗臉後才能戴隱形眼鏡，而且刷牙、洗臉之後才會吃早餐，(例如：洗臉→穿衣服→穿裙子→刷牙→戴隱形眼鏡→吃早餐)。請問小丸子完成這六件事情，依前後順序的不同，共有 _____ 種方法。
- H. 設空間中有一金字塔 $O-ABCD$ ，底面 $ABCD$ 為一正方形，側面為四個正三角形。已知 A 、 B 兩點的坐標分別為 $(1, -1, 2)$ 、 $(0, 3, 1)$ ，頂點 $O(a, b, c)$ 在底部平面 $ABCD$ 的投影點坐標為 $P(2, 1, 0)$ ，且 O 點的 z 坐標 $c > 0$ ，則 $c =$ _____。

臺北區 104 學年度 學測聯合模擬考 第三次 參考解答

第壹部分

- 一、 1. 5 2. 1 3. 3 4. 5 5. 3 6. 3
 二、 7. 134 8. 12 9. 1234 10. 123 11. 1245 12. 345

第貳部分

- A. $(6, 2)$ B. 9 C. $\frac{205}{1024}$ D. 9 E. $\frac{49}{3}$ F. $(5, -1)$ G. 150 H. 2

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，
 歡迎 email 至 weiye@pure.pro (瑋岳)提醒修改。感謝。