

臺北區 105 學年度 學測聯合模擬考 第一次

第壹部分：選擇題（佔 60 分）

一、單選題（佔 25 分）

1. 在數線上，滿足 $|x-2|+|x+3|\leq 9$ 且 $|x-2|-|x+3|\leq 2$ 的整數總共有多少個？
 (1) 5 個 (2) 6 個 (3) 7 個 (4) 8 個 (5) 9 個
2. 已知 $k、t$ 均為實數， $k\cdot 4^t = 6$ 且 $k\cdot 8^t = 30$ ，則 t 的值為下列何者？
 (1) $\log_5 2$ (2) $\log_5 4$ (3) $\log_2 5$ (4) $\log_4 5$ (5) $\log_5 10$
3. 某綜藝節目中，挑戰者可選擇一個特製的公正骰子，與主持人持有的公正骰子(點數為 1、2、3、4、5、6)同時擲出，觀察兩人擲出的點數。若挑戰者骰子點數為主持人骰子點數之倍數時，則挑戰者獲勝！試問挑戰者選擇的特製骰子為下列哪一個時，獲勝機率最高？
 (1) 點數為 1、2、3、4、4、4 (2) 點數為 1、1、2、2、3、3
 (3) 點數為 1、1、1、2、2、2 (4) 點數為 1、1、2、3、4、5
 (5) 點數為 2、2、3、3、3、3
4. $a、b$ 為整數，若方程式 $x^3 - ax^2 + bx + 15 = 0$ 有三個整數根，則 a 可能情形有多少種？
 (1) 4 種 (2) 6 種 (3) 7 種 (4) 8 種 (5) 9 種
5. 茜茜是個喜愛烹飪的高中生，有一天她將一條鮭魚從冷凍庫拿出來解凍。茜茜希望在烹煮時，魚的溫度至少為 20°C 以上，因此茜茜以「小時」為單位，紀錄解凍後的時間與溫度，如下表所示：

時間(小時)	0	1	2	4
魚的溫度($^\circ\text{C}$)	-4	-3	-2	1

舉例來說，拿出來解凍 2 小時後，魚的溫度為 -2°C 。茜茜利用此 4 筆資料來做一個次數為 3 次的插值多項式，用來模擬真實的溫度函數。試利用此三次多項式來估計，拿出來解凍至少幾小時(整數)後，茜茜就可以開始調理鮭魚？

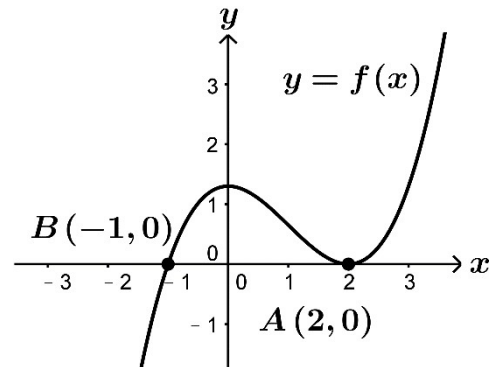
- (1) 6 小時 (2) 7 小時 (3) 8 小時 (4) 9 小時 (5) 10 小時

二、多選題（佔 35 分）

6. 三次多項式 $y = f(x)$ 的圖形如右圖所示，已知 A 點坐標為

$(2, 0)$ ， B 點坐標為 $(-1, 0)$ ，請問下列哪些選項正確？

- (1) $f(-1) = 0$ (2) $f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{2}{3}\right)$
 (3) $f(x) < 0$ 的解為 $x < -1$ (4) $f(-x) \geq 0$ 的解為 $x \leq -1$ (5) $x \cdot f(x) < 0$ 的解為 $-1 < x < 0$ 。



7. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 為每項皆為正數的等差數列，且公差 $d \neq 0$ ，數列 $\langle b_n \rangle$ 為每項皆為正數的等比數列，且公比 $r \neq 1$ ，請問下列哪些選項正確？

- (1) $\langle 3a_n \rangle$ 為公差是 $3d$ 的等差數列 (2) $\langle a_n + 5 \rangle$ 為公差是 $d+5$ 的等差數列

(3) $\langle 3b_n \rangle$ 為公比是 $3r$ 的等比數列

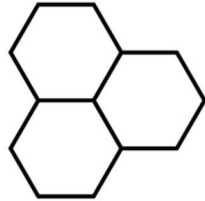
(4) $\langle (b_n)^3 \rangle$ 為公比是 r^3 的等比數列

(5) $\langle \log b_n \rangle$ 為公差是 r 的等差數列

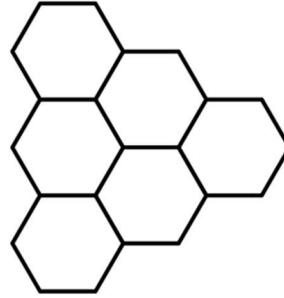
8. 觀察下列各圖形，第(一)圖為 6 根邊長為 1 的磁條圍成的正六邊形，第(二)圖用了 15 根邊長為 1 的磁條圍成 3 個邊長為 1 的正六邊形，第(三)圖用了 27 根邊長為 1 的磁條圍成 6 個邊長為 1 的正六邊形。依此規則增加，請問下列哪些選項正確？



第(一)圖



第(二)圖



第(三)圖

- (1) 第(四)圖有 10 個邊長為 1 的正六邊形
 - (2) 第(四)圖用了 45 根邊長為 1 的磁條
 - (3) 第(五)圖有 15 個邊長為 1 的正六邊形
 - (4) 第(五)圖用了 64 根邊長為 1 的磁條
 - (5) 從第(一)圖到第(十)圖共有 220 個邊長為 1 的正六邊形
9. 設三次多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，請問下列哪些選項正確？
- (1) 若 a, b, c, d 為實數， $i = \sqrt{-1}$ ，且 $f(1+i) = 3$ ，則 $f(1-i) = -3$
 - (2) 若 a, b, c, d 為有理數，且 $f(1 + \sqrt[3]{2}) = 0$ ，則 $f(1 - \sqrt[3]{2}) = 0$
 - (3) 若 a, b, c, d 為整數，且 $2x+4$ 為 $f(x)$ 之因式，則 $2|a$ 且 $4|d$
 - (4) 若 a, b, c, d 為正整數，則方程式 $f(x) = 0$ 至少有一負實數根
 - (5) 若 $f(x) = 0$ 有三相異正實數根，則方程式 $f(x^3) = 0$ 亦有三相異正實數根
10. 請問下列哪些選項正確？
- (1) $y = 2^x$ 的函數圖形與 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的函數圖形對稱於 y 軸
 - (2) 當 $x > 0$ 時， $10^x > x^2$ 恆成立
 - (3) 設 $0 < x_1 < x_2$ ，則 $\frac{\log x_1 + \log x_2}{2} > \log \frac{x_1 + x_2}{2}$
 - (4) 方程式 $x + \log x = 0$ 恰有一實根
 - (5) 方程式 $2^x = |\log_2 x|$ 恰有一實根

11. 坐標平面上以原點為中心，半徑為 1 的圓上有一個內接正六邊形，已知 $P_1(1,0)$ 為其中一個頂點，順時針方向頂點依序為 P_2 、 P_3 、 P_4 、 P_5 、 P_6 。今在 P_1 上放置一個棋子，並擲一顆公正的骰子若干次，若每次點數出現 k 點，則棋子就依順時針方向往相鄰頂點跳動 k 步，例如：第一次擲出 2 點，則棋子將從 P_1 移動到 P_3 ；第二次擲出 5 點，則棋子接著從 P_3 移動到 P_2 ，……，依此類推，請問下列哪些選項正確？
- (1) 棋子從 P_1 開始，擲兩次骰子，則最後的位置在 P_1 的機率為 $\frac{1}{6}$
 - (2) 棋子從 P_1 開始，擲兩次骰子，則最後的位置在 P_2 的機率為 $\frac{1}{6}$
 - (3) 棋子從 P_1 開始，擲三次骰子，則最後的位置在 P_1 的機率為 $\frac{1}{36}$
 - (4) 棋子從 P_1 開始，擲 n 次骰子 ($n \geq 2$)，令最後的位置在 P_1 的機率為 a_n ，則 $a_{n+1} = \frac{1}{6}a_n$
 - (5) 棋子從 P_1 開始，擲六次骰子，則最後的位置在 P_1 的機率為 $\frac{1}{6}$
12. 孝順的阿文想在父親節時幫老爸的手機換新的資費，他將原方案與新方案第一年每月月租費做了比較，如下表所示，試問下列敘述哪些是正確的？

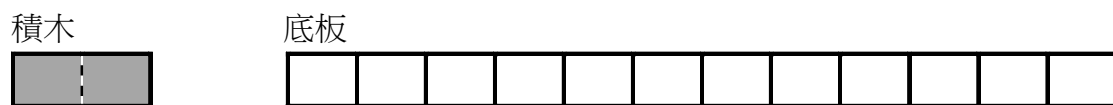
方案	第 1 個月	第 2 個月	第 3 個月	第 4 個月	第 5 個月	第 6 個月	第 7 個月	第 8 個月	第 9 個月	第 10 個月	第 11 個月	第 12 個月
原方案	239	269	279	289	289	289	339	339	359	359	389	389
新方案	219	239	259	279	289	299	309	309	339	369	399	399

- (1) 僅考慮第一年所花費的金額，新方案的費用較原方案划算
- (2) 新方案之標準差小於原方案之標準差
- (3) 新方案之標準差大於原方案之標準差
- (4) 在原方案中，中位數 $>$ 平均數 $>$ 眾數
- (5) 在原方案中，中位數 $>$ 平均數 = 眾數

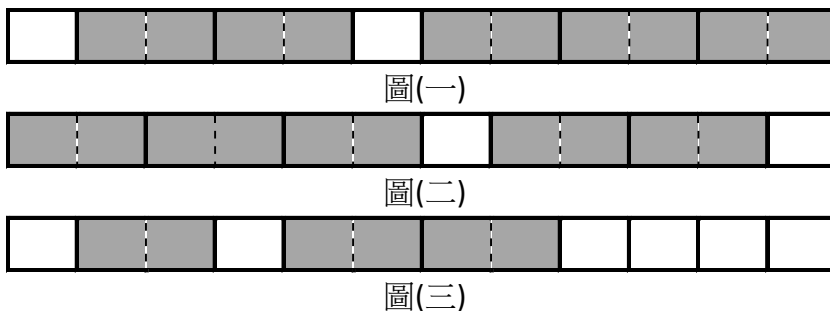
第貳部分：選填題（佔 40 分）

- A. 多項式 $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 2，除以 $x+2$ 的餘式為 5，假設 $(x+1)f(x)$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 的餘式為 $ax+b$ ，則數對 $(a,b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- B. 據報導某實驗室發現一種新細菌，此種細菌每經過一天後，細菌的數量會增加為原來的 r 倍，已知從一開始經過 3 天後細菌數為 4000 個，接著再經過 3 天後細菌數為 256000 個，若以這樣的速度繁殖，則從一開始經過 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天後，細菌個數開始超過 10^8 個。
- C. 已知 $a \geq b > 1$ ，求 $\log_b \left(\frac{b^5}{a} \right) + \log_a \left(\frac{a^4}{b} \right)$ 的最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- D. 甲、乙、丙、丁、戊五人參加歌唱比賽，評審團三位評審在賽後講評時透露了以下訊息：
評審 A：「甲不是最差的。」評審 B：「乙唱得比丙來的好些。」評審 C：「冠軍不是乙、丁。」
試求在沒有名次相同，且符合評審講評的條件下，有_____種不同名次的排列情況。
- E. 估算 $(0.98)^{10}$ 的近似值到小數點後第三位_____。(四捨五入取到小數點後第三位)
- F. 袋子裡共有 15 顆球，其中有②、④、⑥、⑧、⑩五種號碼，每一種號碼各有三顆球。假設每一顆球被拿到的機率相等，今從袋中取出三顆球，已知此三顆球的號碼和為 12，求此三顆球的號碼都是④的機率為_____。
- G. 翔翔手上有許多塊規格為 1×2 的長方形積木，想要拼裝在一個規格為 1×12 的底板上。



若規定積木只能拼在底板上(不能疊高)，不能超出底板範圍，積木與積木之間可緊鄰或恰間隔一個空位。翔翔將每一塊積木放置後，便不再移動位置，直到無法再放置任何積木為止。例如圖(一)、圖(二)為其中 2 種可能的積木擺放方式；而圖(三)因尚有空位能放置積木，故為不合之情況。



則翔翔共有_____種不同的排列方法。(註：無須考慮旋轉、翻轉的情形)

- H. 臺灣地震頻繁，發生地震等意外時，在大樓林立的都會區，其樓層疏散路線及相關措施相當重要。今有一高樓，調查其中某些樓層 x (單位：樓)與該樓層的逃生時間 y (單位：秒)之相關統計數據整理如下： $\sum_{i=1}^8 x_i = 80$ ， $\sum_{i=1}^8 y_i = 2400$ ， x 的標準差 $\sigma_x = 6$ ， y 的標準差 $\sigma_y = 120$ ， x 、 y 的相關係數 $r = 0.9$ 。由整理數據可推估，平均每增加一樓層，其逃生時間平均會增加_____秒。

臺北區 105 學年度 學測聯合模擬考 第一次 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 60 分）

- | | | |
|------|--------|----------|
| 1. 2 | 5. 4 | 9. 45 |
| 2. 3 | 6. 135 | 10. 1245 |
| 3. 1 | 7. 14 | 11. 125 |
| 4. 3 | 8. 135 | 12. 13 |

第貳部分：選填題（佔 40 分）

- | | | |
|----------|-------------------|-------|
| A. (3,1) | D. 21 | G. 21 |
| B. 11 | E. 0.817 | H. 18 |
| C. 7 | F. $\frac{1}{37}$ | |

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，
歡迎 email 至 weiye@pure.pro (瑋岳)提醒修改。感謝。