

## 全國高中 105 學年度 學測模擬考

第壹部分：選擇題（佔 55 分）

一、單選題（佔 30 分）

1. 若  $a < b$  且  $c < d$ ，又  $(c-a)(c-b) > 0$  且  $(d-a)(d-b) < 0$ ，則實數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的大小關係為下列哪一個選項？

- (1)  $c < a < d < b$  (2)  $a < c < b < d$  (3)  $c < d < a < b$  (4)  $c < a < b < d$  (5)  $c < b < d < a$

2. 已知  $f(z) = 1 + \bar{z}$ ， $z_1 = 3 + 2i$ ， $z_2 = 1 - 4i$ ，則  $f(\overline{z_1 - z_2}) = ?$

- (1)  $3 - 6i$  (2)  $-3 + 6i$  (3)  $3 + 6i$  (4)  $6 - 3i$  (5)  $-6 + 3i$

3. 請問  $5^{\log 20} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\log 0.5}$  的值為下列哪一個選項？

- (1) 1 (2)  $\sqrt{5}$  (3)  $\sqrt{10}$  (4) 10 (5)  $2\sqrt{10}$

4. 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  為整數，且  $x$ 、 $y$ 、 $z$  滿足  $x \log 2 + y \log 6 + z \log 5 = \log 1200$ ，則  $xyz$  之值為下列哪一個選項？

- (1) 6 (2) 8 (3) 9 (4) 10 (5) 12

5. 若  $(x-1)^2$  除多項式  $x^4 + ax^3 - 3x^2 + bx + 3$  所得的餘式為  $x+1$ ，則  $ab = ?$

- (1) 9 (2)  $\frac{5}{2}$  (3) 1 (4) 0 (5) -3

6. 設函數  $f(x) = \log_a x$ ， $a > 0$  且  $a \neq 1$ ，若  $f(x)$  的值在範圍  $a \leq x \leq 2a$  上的最大值比最小值大  $\frac{1}{3}$ ，則  $a$  的所有可能值的總和為下列哪一個選項？

- (1) 8 (2)  $\frac{65}{8}$  (3) 9 (4)  $\frac{82}{9}$  (5)  $\frac{17}{4}$

二、多選題（佔 25 分）

7. 已知數線上三點  $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ ，則下列敘述哪些是正確的？

(1) 若  $a = \sqrt{9 + \sqrt{45}}$ ，則  $A$  點落在 3 與 4 之間

(2) 若  $a$  為無理數， $b$  為無理數，則  $ab$  必為無理數 (3) 若  $a < b$ ，則  $\frac{3a+b}{4} < \frac{4a+b}{5}$

(4) 若  $a = \sqrt{5} + \sqrt{12}$ ， $b = \sqrt{6} + \sqrt{11}$ ， $c = 3 + \sqrt{8}$ ，則  $a < b < c$  (5)  $|a+1| + |a-2|$  的最小值為 1

8. 解下列各不等式，則下列哪些選項  $x$  的範圍在數線上所占的長度為 8？（不用考慮端點）

- (1)  $|x| \leq 4$  (2)  $|2x-1| \leq 8$  (3)  $1 \leq |x+1| \leq 9$  (4)  $x^2 - 2x - 15 \leq 0$  (5)  $\frac{8}{x-2} + 1 < 0$

9. 下列哪些選項，其方程式有實數解？

(1)  $x = \log_2(x-1)$

(2)  $10^x = x^3$

(3)  $x^2 = 2^{-|x|} - \frac{1}{2}$

(4)  $x^5 - 7x^4 + x^3 + 2x^2 - 5x + 1 = 0$

(5)  $x^4 + 7x^2 + 5 = 0$

10. 設  $\frac{k}{10^n} < \left(\frac{1}{6}\right)^{15} < \frac{k+1}{10^n}$ ，其中  $n, k$  皆為正整數，則下列哪些選項是正確的？

(1)  $n = 11$

(2)  $k = 2$

(3)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{15}$  在小數點以下第 11 位開始出現不為 0 的數字

(4)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{15}$  在小數點以下開始出現不為 0 的數字是 3

(5)  $n + k = 14$

11. 設二次函數  $f(x) = x^2 - 2ax + b$  的圖形過點  $(1, 1)$ ，且和  $x$  軸有兩個相異交點，若此兩個交點都在  $-1 < x < 1$  的範圍內，則下列哪些選項是正確的？

(1)  $b = 2a$

(2)  $f(-1) < 0$

(3)  $-1 < a < 1$

(4)  $f(a) > 0$

(5)  $-\frac{1}{4} < a < 0$

第貳部分：選填題（佔 45 分）

A. 一道絕對值不等式題目  $|mx+1| < n$ ，阿璨看錯  $m$ ，解得  $x$  的範圍為  $-4 < x < 2$ ；小銘看錯  $n$ ，解得  $x$  的範圍為  $-3 < x < 2$ ，則在正確的題目中， $m+n$  應為\_\_\_\_\_。

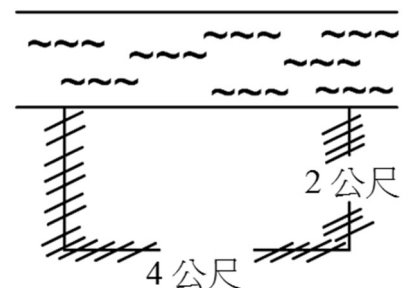
B. 設二次函數  $y = x^2 - 3x + k$  的圖形與直線  $y = x - 1$  交於  $P, Q$  兩點，若  $\overline{PQ} = 4\sqrt{2}$ ，則  $k =$ \_\_\_\_\_。

C. 已知  $a, b, c, d$  皆為大於 1 的正數，且  $a^2 = b^3 = c^4 = d^5$ ，則  $\log_{ad} bc =$ \_\_\_\_\_。

D. 已知實係數四次方程式  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  有實根，其中某兩根和為  $3 - i$ ，另外的兩根乘積為  $8 + 4i$ ，則  $d =$ \_\_\_\_\_。

E. 設  $f(x), g(x)$  為多項式，若  $(x^2 + 1)f(x)$  除以  $x - 1$  的餘式為 6，而  $(4x - 3)g(x)$  除以  $x^2 - 4x + 3$  的餘式為  $2x + 1$ ，則  $(x^2 + x + 1)f(x)g(x)$  除以  $x - 1$  的餘式為\_\_\_\_\_。

F. 小萱想用竹籬沿著河邊圍出面積為 288 平方公尺的長方形菜圃，並在其中一邊留下 4 公尺的入口，另外一邊留下 2 公尺的出口（相鄰河的一邊不圍竹籬，僅圍三個邊），如圖所示，則小萱最少可用\_\_\_\_\_公尺的竹籬就能夠完成目標。



G. 已知  $x > 1$  且  $y > 1$ ，若  $\log_y x - 3\log_x y^4 = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4}$ ，則  $x^2 - 6y^2 + 4$  的最小值為\_\_\_\_\_。

H. 「GO 黑勳」錢莊貸款一律採「九出十三歸」法則計算：貸款者借 10000 元，實拿 9000 元(1000 元為貸款手續費)，一期(10 天)後須償還 13000 元，並且採複利計算。今阿拓跟「GO 黑勳」貸款 20000 元(實拿 18000 元)，且期間未償還任何借款，則最少經過\_\_\_\_\_個月後，阿拓須償還超過 4000000 元。(  $\log 1.3 \approx 0.1139$ ，一個月以 30 天計，不足一個月者以一個月計算)

I. 若  $\Gamma_1: x - 3 = \log_7 y$  與  $\Gamma_2: \frac{x^3}{y} = \frac{1}{49}$  在第一象限交於  $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$  兩點，其中  $x_1 < x_2$ ，且  $k < x_2 < k + 1$ ， $k$  為正整數，則  $k =$ \_\_\_\_\_。

# 全國高中 105 學年度 學測 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 55 分）

1. 1
2. 3
3. 4
4. 1
5. 4
6. 2
7. 14
8. 1245
9. 34
10. 25
11. 135

第貳部分：選填題（佔 45 分）

- A. 5
- B. -1
- C.  $\frac{5}{6}$
- D. 20
- E. 27
- F. 42
- G. -5
- H. 7
- I. 8

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，  
歡迎 email 至 [weiye@pure.pro](mailto:weiye@pure.pro) (瑋岳)提醒修改。感謝。