

# 全國公私立高中 105 學年度 學測 第二次模擬考

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

一、單選題（佔 30 分）

1. 蟋蟀是會隨著周遭溫度改變體溫的變溫動物，當溫度升高時，蟋蟀翅膀的摩擦速度會變快，所以固定時間內的鳴叫次數也會增加。科學家發現，將蟋蟀 13.5 秒內鳴叫的次數，加上 41 所得的數字，就是目前華氏溫度，即  $f(t)=13.5t+41$ ，其中  $t$  為蟋蟀每秒鳴叫的次數， $f(t)$  為目前的華氏溫度。例如： $t=2$  時， $f(2)=13.5\times 2+41=68$ ，即當蟋蟀每秒鳴叫 2 次時的華氏溫度為 68 度。

若另有一個函數  $g(t)=at+b$ ，其中  $t$  為蟋蟀每秒鳴叫的次數， $g(t)$  為目前的攝氏溫度。請問

$a+b$  之值為下列哪一選項？（已知攝氏溫度 = (華氏溫度 - 32)  $\times \frac{5}{9}$ ）

- (1) 12.5   (2) 13.5   (3) 14.5   (4) 15.5   (5) 16.5
2. 設  $f(x)=x^4-22x^2+36x+40$  且  $f(3-i)=0$ ，請問滿足  $f(x)<0$  的整數解有幾個？
- (1) 3 個   (2) 4 個   (3) 5 個   (4) 6 個   (5) 7 個
3. 若  $a+\log_3 5$ 、 $a+\log_9 5$ 、 $a+\log_{27} 5$  三數成等比，則公比為下列哪一選項？
- (1)  $\frac{1}{2}$    (2)  $\frac{1}{3}$    (3) 1   (4) 2   (5) 3
4. 若  $S_n=1+(1+2)+(1+2+2^2)+\dots+(1+2+\dots+2^n)$ ，則  $S_{10}$  之值為下列哪一選項？
- (1) 4073   (2) 4077   (3) 4080   (4) 4083   (5) 4086

5. 使用 3 種不同的顏色塗圖 (1)，每區域只能塗一色，規定相鄰區域必須異色，且 3 種顏色都必須使用。求所有塗色的方法數有幾種？

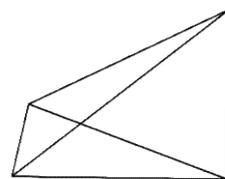


圖 (1)

- (1) 6   (2) 12   (3) 18   (4) 24   (5) 27
6. 已知有一組二維數據  $(x_i, y_i)$ ， $i=1, 2, \dots, n$ 。滿足  $\mu_x=12$ ， $\mu_y=8$ ， $\sigma_x=3$ ， $\sigma_y=5$ ，若此二維數據的迴歸直線方程式為  $y-\mu_y=m(x-\mu_x)$ ，則斜率  $m$  的範圍為下列哪一選項？

(1)  $-1 \leq m \leq 1$    (2)  $-3 \leq m \leq 3$    (3)  $-5 \leq m \leq 5$    (4)  $-\frac{3}{5} \leq m \leq \frac{3}{5}$    (5)  $-\frac{5}{3} \leq m \leq \frac{5}{3}$

二、多選題（佔 35 分）

7. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$  皆為正整數，多項式  $f(x)=x^3+ax^2+bx+26$ ， $g(x)=x^4+cx^3+dx^2+ex+65$ 。

若  $\alpha$ 、 $\beta$  為兩相異整數，滿足  $f(\alpha)=f(\beta)=g(\alpha)=g(\beta)=0$ 。請選出正確的選項。

(1)  $f(x)=0$  恰有 3 個整數解      (2)  $g(x)=0$  恰有 2 個整數解

(3)  $g(x)=0$  恰有 4 個整數解      (4)  $\alpha+\beta=-14$       (5)  $a=16$

8. 如圖 (2), 四個函數  $y=3^x$ 、 $y=\log_3 x$ 、 $y=4-x$ 、 $y=11-x$  的

圖形分別交於  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點。請選出正確的選項。

- (1) 四邊形  $ABCD$  是等腰梯形  
(2) 四邊形  $ABCD$  恰有一條對稱軸  $x+y=0$

(3) 四邊形  $ABCD$  的周長為  $9\sqrt{2}+12$

(4) 四邊形  $ABCD$  的面積為  $\frac{63}{2}$

(5) 若  $m_{AB}$  表示  $A$ 、 $B$  兩點的斜率, 則  $m_{AD} \times m_{BC} = 1$

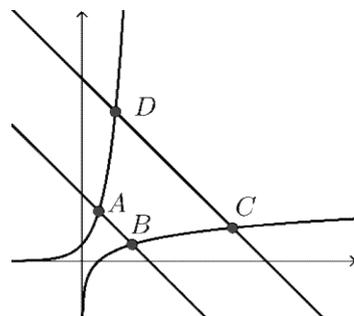


圖 (2)

9. 將 8 個不同的獎品, 依下列各種情況分配:

第一種情形: 平分成四堆, 共有  $a$  種分配方法。

第二種情形: 平分給甲、乙、丙、丁四人, 共有  $b$  種分配方法。

第三種情形: 依 4 個、2 個、2 個分成三堆, 共有  $c$  種分配方法。

第四種情形: 依甲分到 4 個, 乙、丙二人各分得 2 個, 共有  $d$  種分配方法。

第五種情形: 分給甲、乙、丙三人, 只知道其中一人得 4 個, 另二人各得 2 個, 共有  $e$  種分配方法。

(1)  $a=630$       (2)  $b=24a$       (3)  $c=210$       (4)  $d=2c$       (5)  $e=3c$

10. 有 4 張紅色紙牌, 6 張白色紙牌, 任意疊成一堆。今從上到下逐一取牌, 設取到第  $k$  張牌時恰為第 4 張紅色牌的機率為  $P_k$ 。請選出正確的選項。

(1)  $P_3=0$       (2)  $P_4=\frac{1}{210}$       (3)  $P_{10}=\frac{2}{5}$       (4)  $\sum_{k=4}^7 P_k = \frac{1}{3}$       (5)  $\sum_{k=1}^{10} P_k = 1$

11. 設  $A$ 、 $B$  為樣本空間  $S$  中的事件,  $A'$ 、 $B'$  為餘事件, 且  $P(A)=\frac{1}{3}$ ,  $P(A \cup B)=\frac{3}{4}$ 。請選出正確的選項。

(1) 若  $A$ 、 $B$  為獨立事件, 則  $P(B)=\frac{5}{12}$       (2) 若  $A$ 、 $B$  為獨立事件, 則  $P(A|B)=\frac{1}{3}$

(3) 若  $A$ 、 $B$  為獨立事件, 則  $P(B|A)=\frac{5}{8}$       (4) 若  $A$ 、 $B$  為互斥事件, 則  $P(B)=\frac{5}{12}$

(5) 若  $A$ 、 $B$  為互斥事件，則  $P(B'|A)=1$

12. 表 (1) 是小靜在 8 年級至 12 年級間，每學期數學成績與英文成績的成績統計：請根據這張表選出正確的選項。

表 (1)

年級 ( $X$ )	數學成績 ( $Y$ )	英文成績 ( $Z$ )
8	85	93
9	80	93
10	79	84
11	77	80
12	79	82

(1) 兩變量  $X$ 、 $Y$  的相關係數為  $-\frac{\sqrt{10}}{4}$

(2) 將兩變量  $X$ 、 $Y$  標準化後得到新的變量  $X'$ 、 $Y'$ ，則  $X'$ 、 $Y'$  的相關係數比  $X$ 、 $Y$  的相關係數大

(3)  $Y$ 、 $Z$  的相關係數與  $Z$ 、 $Y$  的相關係數相同

(4) 兩變量  $Y$ 、 $Z$  為負相關

(5) 由表 (1) 可知小靜的數學學習一直在退步

13. 關於下列各實數數列。請選出正確的選項。

(1) 數列  $\langle a_n \rangle$  之前  $n$  項的和  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 3n^2 - 5$ ，則  $\langle a_n \rangle$  為等差數列

(2) 數列  $\langle b_n \rangle$  之前  $n$  項的和  $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = n^2 + 2n$ ，則  $\langle b_n \rangle$  為等差數列

(3) 數列  $\langle c_n \rangle$  滿足  $c_1 = \sqrt{2}$  且  $c_{n+1} = 2^n \cdot c_n$ ， $n$  為正整數，則  $c_n = 2^{\frac{n^2-n+1}{2}}$

(4) 數列  $\langle d_n \rangle$  滿足  $d_1 = 3$  且  $d_{n+1} = d_n + (3n+2)$ ， $n$  為正整數，則  $d_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 1$

(5) 數列  $\langle e_n \rangle$  滿足  $e_1 = 3$  且  $e_{n+1} = \frac{1}{2}e_n + 3$ ， $n$  為正整數，則  $e_n = 4 - \frac{1}{2^{n-1}}$

第貳部分：選填題 (佔 35 分)

A. 在數線上有四個點  $A(11)$ 、 $B(12)$ 、 $C(90)$ 、 $D(91)$ ，若點  $P(x)$  到  $A$ 、 $B$  兩點的距離和與點  $P(x)$

到  $C$ 、 $D$  兩點的距離和相等，即  $|x-11|+|x-12|=|x-90|+|x-91|$ ，則  $x$  之值為\_\_\_\_\_。

B. 已知  $x=\sqrt{2}+1$ ，則  $\log_{\frac{1}{4}}(x^4-x^3-2x^2-3x+7)$  之值為\_\_\_\_\_。

C. 小冠買了一台最大只能計算到 50 位數的計算機。一日小冠閒來無事，用計算機去算 6 的  $n$  次連乘積，即  $6^n$  的值， $n$  為正整數。在計算機能計算的前提下(即  $6^n < 10^{50}$ )，求  $n$  的最大值為\_\_\_\_\_。

D. 已知  $a$  為實數，高斯符號  $[a]$  表示不大於  $a$  的最大整數，例如： $[2.3]=2$ ， $[4]=4$ 。

則  $\sum_{k=1}^{105} [\sqrt{k}] =$ \_\_\_\_\_。

E.  $NBA$  冠軍戰採 7 戰 4 勝制(先獲得 4 場勝利者，即為總冠軍)。今有詹詹隊與柯柯隊爭奪總冠軍。已知兩隊實力相當，且前一戰勝負，不會影響下一戰的勝負。若比賽到第 7 戰才產生總冠軍隊，小亞猜測兩隊在前 4 戰的戰績各為 2 勝 2 敗，請問小亞猜對的機率為\_\_\_\_\_。

F. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數且這 3 個數的算術平均數為  $\mu$ ，標準差為  $\sigma$ 。若加入 11、13、13、19

這 4 個數之後， $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、11、13、13、19 這 7 個數的算術平均數亦為  $\mu$ ，標準差亦為  $\sigma$ ，則  $\mu + \sigma =$  \_\_\_\_\_。

G. 已知  $a_1, a_2, a_3 \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ ，且  $a_1 \neq 0$ ，設  $a_1 a_2 a_3$  為一個三位數，我們可以定義這個三位數  $a_1 a_2 a_3$

的長度為  $\|a_1 a_2 a_3\| = |a_1 - a_2| + |a_2 - a_3|$ ，例如：385 的長度為  $\|385\| = |3 - 8| + |8 - 5| = 8$ ，則滿足

$\|a_1 a_2 a_3\| = 2$  的三位數共有 \_\_\_\_\_。

# 全國公私立高中 105 學年度 學測 第二次模擬考 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

- |      |          |          |
|------|----------|----------|
| 1. 1 | 6. 5     | 11. 2345 |
| 2. 3 | 7. 145   | 12. 13   |
| 3. 2 | 8. 145   | 13. 234  |
| 4. 4 | 9. 234   |          |
| 5. 2 | 10. 1235 |          |

第貳部分：選填題（佔 35 分）

- |                   |                  |
|-------------------|------------------|
| A. 51             | E. $\frac{3}{5}$ |
| B. $\frac{-3}{2}$ | F. 17            |
| C. 64             | G. 62            |
| D. 675            |                  |

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，  
歡迎 email 至 [weiye@pure.pro](mailto:weiye@pure.pro) (瑋岳)提醒修改。感謝。