

全國公私立高中 105 學年度 學測 第一次模擬考

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

一、單選題（佔 30 分）

1. 滿足 $f(x) = 2x^4 - 5x^3 - 2x^2 + 4x - 1 < 0$ 的整數有幾個？
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
2. $f(x) = 3^{-|\log_3 x|}$ 在下列哪個區間為遞增函數？
(1) $0 < x < 1$ (2) $1 < x < 2$ (3) $2 < x < 3$ (4) $3 < x < 4$ (5) $4 < x < 5$
3. 已知 $f(x) = x^2 - 53x + 196 + |x^2 - 53x + 196|$ ，則 $f(20) + f(14) = ?$
(1) -928 (2) -300 (3) 0 (4) 300 (5) 928
4. 已知 a 為實數，函數 $y = \frac{2x+a}{4x^2-9}$ 與 $y=1$ 只有一個交點，則滿足此條件的 a 值有幾個？
(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4
5. 若 $a、b$ 是方程式 $2(\log x)^2 - 4\log x + 1 = 0$ 的根，則 $\left(\log \frac{a}{b}\right)^2$ 的值為？
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
6. 化簡 $\log_2 \left(\sqrt{17+12\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}} \right) = ?$
(1) $\log_2 3$ (2) 2 (3) $\frac{1}{2} \log_2 17$ (4) $\frac{5}{2}$ (5) $\log_2 6$

二、多選題（佔 35 分）

7. 若對任意實數 x ， $t^2 + 5t \leq |2x-4| - |x+2|$ 恆成立，下列哪些 t 值滿足此條件？
(1) 0 (2) -1 (3) $-\pi$ (4) $-\frac{11}{3}$ (5) $-\frac{17}{4}$
8. 若 $a、b、c、d$ 為滿足方程式 $x^4 - 7x^2 + x + 2 = 0$ 的解，請選出正確的選項。
(1) $a、b、c、d$ 為四實根 (2) $a、b、c、d$ 為兩實根兩虛根
(3) 當 $-3 \leq x \leq 0$ ，則 $x^4 - 7x^2 + x + 2 = 0$ 無實根
(4) 若 $f(x)$ 是領導係數為 1 的四次多項式且滿足 $f(a) = f(b) = f(c) = f(d) = -1$ ，
則 $f(x) = 0$ 有兩實根兩虛根
(5) 若 $f(x)$ 是領導係數為 1 的四次多項式且滿足 $f(a) = f(b) = f(c) = f(d) = -1$ ，
則當 $1 \leq x \leq 2$ ， $f(x)$ 恆負

9. 已知 a 為實數且 $f(x) = a \cdot \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} + 3 \cdot \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} + 4 \cdot \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $f(x)$ 為二次多項式 (2) 若 $a=4$ ，則 $y=f(x)$ 有最小值為 3
- (3) 若 $g(x) = \frac{a-2}{2} \cdot (x-2)(x-3) + (x-2) + 3$ ，則 $f(x) = g(x)$
- (4) 存在 $g(x)$ 為一次多項式，滿足 $g(1)=f(1)$ ， $g(2)=f(2)$ ， $g(3)=f(3)$
- (5) 存在 $g(x)$ 為三次多項式，滿足 $g(1)=f(1)$ ， $g(2)=f(2)$ ， $g(3)=f(3)$

10. 設 $f(x) = 2^x$ ， $g(x) = 3^x$ ， $h(x) = \log_2 x$ ， $k(x) = \log_3 x$ ，請選出正確的選項。

- (1) $y=f(x)$ 與 $y=h(x)$ 兩圖形對稱於直線 $y=x$
- (2) 當 $x>1$ 時，則 $y=k(x)$ 恆大於 $y=h(x)$
- (3) $y=f(x)$ 與 $y=k(x)$ 兩圖形不相交
- (4) $y=g(x)$ 與 $y=g(-x)$ 兩圖形對稱於 x 軸
- (5) $y=f(-x)$ 與 $y=-h(x)$ 兩圖形的交點落在直線 $y=x$ 上

11. 設 $a = \frac{1}{7}$ ， $b = \log_{128} \frac{3}{2}$ ， $c = \log_2 \frac{2}{3}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $a > b > c$ (2) $14a + 7b + c = 2$ (3) 若將 2^c 化為小數，則 2^c 為循環小數
- (4) 若將 $a = \frac{1}{7}$ 化為小數，則小數點後第 100 位的數字為 8
- (5) $\log 2^{-7b}$ 的首數為 0

12. 已知 a 、 b 為任意正實數且 $a < b$ ，設數線上 6 個點 A 、 B 、 P 、 Q 、 R 、 S 的坐標分別為：

$A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $P(\frac{5a+b}{6})$ 、 $Q(\frac{a+b}{2})$ 、 $R(\frac{-2a+7b}{5})$ 、 $S(\frac{5a-2b}{3})$ ，請選出正確的選項。

- (1) A 、 B 、 P 、 Q 四點在數線上由左至右為 A 、 P 、 Q 、 B
- (2) A 、 B 、 P 、 S 四點在數線上由左至右為 A 、 P 、 S 、 B
- (3) 有 3 個點在 A 、 B 之間
- (4) 在 P 、 Q 、 R 、 S 中， S 是最靠近 A 的點
- (5) 數線上一點 $C(\sqrt{ab})$ ，則 Q 在 C 的右方

13. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1+x), & x \geq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(1-x), & x < 0 \end{cases}$ ，請選出正確的選項。

(1) 函數 $y = f(x)$ 為奇函數 (2) 函數 $y = f(x)$ 對 y 軸對稱

(3) 對所有實數 x ，函數 $y = f(x) \geq 0$ 恆成立

(4) 任意兩個實數 a, b ，當 $a + b \geq 0$ ，則 $f(a) + f(b) \geq 0$

(5) $f(10) + f(-21) < 0$

第貳部分：選填題（佔 35 分）

A. 已知集合 $A = \{x \mid |x-1| < 4\}$ ， $B = \{x \mid \log_2 x > \log_3 x\}$ ，則集合 A 與集合 B 的交集為 $\{x \mid a < x < b\}$ ，

求 $a - b =$ _____。

B. 若函數 $f(x) = \log_a(x^2 - 2ax + 1 - 2a^2)$ ($a > 0$ ， $a \neq 1$ ， x 為實數) 的最大值是 2，則 $a =$ _____。

C. 若 $|x+3| \leq 1$ ， $|y-3| \leq 1$ ，則 $\frac{y+2}{x-1}$ 的最小值為 _____。

D. 已知 $f(x)$ 是三次實係數多項式，若 $f(1-i) = 3$ ， $f(-1) = -2$ ， $f(0) = 5$ ，則 $f(1) =$ _____。

E. 已知 $f(x)$ 、 $g(x)$ 為實係數多項式，且 $f(x)$ 為偶函數， $g(x)$ 為奇函數，若

$f(x) + g(x) = x^2 + 10x + 8$ ，則 $g(10) =$ _____。

F. 若正實數 a, b 滿足 $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ 和 $\log_8 b + \log_4 a^2 = 7$ ，則 $\log_4 a + \log_8 b^2 =$ _____。

G. 已知二次函數 $f(x)$ 滿足對於任意實數 x ， $x^2 - 2x + 2 \leq f(x) \leq 2x^2 - 4x + 3$ 恆成立。

若 $f(11) = 181$ ，則 $f(16) =$ _____。

全國公私立高中 105 學年度 學測 第一次模擬考 參考解答

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

1. 3
2. 1
3. 3
4. 4
5. 2
6. 5
7. 234
8. 15
9. 235
10. 135
11. 1234
12. 15
13. 145

第貳部分：選填題（佔 35 分）

- A. -4
- B. $\frac{1}{2}$
- C. -2
- D. 6
- E. 100
- F. 5
- G. 406

如有題目或答案打字錯誤，或後續更正，
歡迎 email 至 weiye@pure.pro (瑋岳)提醒修改。感謝。