國立台灣師大附中 105 學年度第 1 次代理教師甄選初試數學科試題

答案卷：

第一部分填充題：每格 6 分，15 格，共 90 分(每格均須算題，不可以符號作答)

1.	2.	3.	4.	5.(1)	5.(2)	6.	7.
6726	2500	$\frac{5}{3}$	10	1140	$\frac{21}{4}$	85	$\frac{15}{2}$
8.	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**空白**
$x\le -2$, $1<x\le 3$, $x=-1$	$2<x<4$	21	126	-300	2	3	

第二部分計算題：一題，共10分(須詳述過程)

一、設 x,y,z 均為整數且滿足 $\begin{cases} x^3+y^3+z^3=132 \\ x+y+z=6 \end{cases}$，求 $|x|+2|y|+|z|$ 的所有可能值為何？

解：由題意得知，x,y,z 恰有2奇數1偶數，且其值是可以互換。

不失一般性，令 x,y 為奇數！

因 $\begin{cases} x^3+y^3+z^3=132 \\ x+y+z=6 \end{cases} \Rightarrow x^3+y^3+(6-x-y)^3=132$

$$\Leftrightarrow x^3+y^3+216-108(x+y)+18(x+y)^2-(x+y)^3=132$$

$$\Leftrightarrow (x+y)[xy-6(x+y)+36]=28$$

$$\Leftrightarrow (x+y)(x-6)(y-6)=28$$

令 $x=4k_1+1 \quad ,y=4k_2+3$

$$\Rightarrow \quad 4(k_1+k_2+1)(4k_1-5)(4k_2-3)=28$$

$$\Rightarrow \quad (k_1+k_2+1)(4k_1-5)(4k_2-3)=7$$

得唯一組解 $\begin{cases} 4k_1-5=-1 \\ 4k_2-3=-7 \\ k_1+k_2+1=1 \end{cases} \Rightarrow$ 即 $\quad k_1=1 \quad ,k_2=-1 \quad \Rightarrow \quad x=5 \quad ,y=-1 \quad ,z=2$

因 x,y,z 值是可以互換，故得 $|x|+2|y|+|z|$ 的可能值為

$$\begin{cases} |x|+2|y|+|z|=5+2\cdot 1+2=9 \\ |x|+2|y|+|z|=2\cdot 5+1+2=13 \\ |x|+2|y|+|z|=5+1+2\cdot 2=10 \end{cases}$$