

國立台灣師大附中 105 學年度第 1 次代理教師甄選初試數學科試題

第一部分填充題：共 15 格，每格 6 分，計 90 分(每格均須算出，不可以符號作答)

1. 設 $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ ， $y = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ ，試求 $x^5 + y^5$ 之值為_____。
2. 設 $k \in R$ ，且 $|x-1| + |x-2| + |x-3| + \dots + |x-100| - k = 0$ 有實根，求 k 的最小值為_____。
3. 設實係數多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，若 $f(7) = k_1 f(3) + k_2 f(5) + k_3 f(9) + k_4 f(11)$ ，求 $|k_1| + |k_2| + |k_3| + |k_4|$ 之值為_____。
4. 設 $3 \times 5 \times 17 \times 257 \times 65537 = A$ ，試求 A 是_____位正整數。
5. 從連續正整數：1、2、3、……、20 中任取相異三數為一組，
(1) 試求總共有_____組。
(2) 令 x 為每組中最小的數，求所有 x 值的平均為_____。
6. 若 $x^2 + (\sqrt{m}-12)x + (\sqrt{m}-1) = 0$ 的二根均為正整數，試求所有 m 的和為_____。

國立台灣師大附中 105 學年度第 1 次代理教師甄選初試數學科試題

7. 設三次實係數方程式 $x^3 + cx + dx - 30 = 0$ 有兩複數根 $a + i, 1 + bi$ 其中 a, b 不為 0 的實數，試求 $\frac{|c+d|}{|a|+|b|}$ _____。
8. 試解不等式 $\frac{(1+x)(3-x)(x^2-x+2)(x^2+3x+2)}{x-1} \geq 0$ ，其解為_____。
9. 試解不等式 $\log_3(3^x + 27) < \frac{x}{2} + 1 + \log_3 4$ ，其解為_____。
10. 數列 $\langle a_n \rangle$ 首項 $a_1 = 1$ ，令 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 且滿足 $S_n = 4(a_{n+1} - 1), \forall n \geq 1$ ，若 $S_n > 400$ ，試求最小的 n 值為_____。
11. 令 a, b, c, d, e 為正整數，若 $7 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 11$ ，試求 (a, b, c, d, e) 有_____組不同解。
12. 數列 $\langle a_n \rangle_{n=1}$ 滿足 $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}, n \geq 3$ ，且 $a_{100} = 100, a_{200} = 200$ ，求 $a_{300} =$ _____。

國立台灣師大附中 105 學年度第 1 次代理教師甄選初試數學科試題

13.
$$\begin{cases} (x-1)^3 + (x-1)(2016) = -105 \\ (y-1)^3 + (y-1)(2016) = 105 \end{cases}$$
, 求 $x + y =$ _____。

14. 試求 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sum_{k=1}^{2^n-1} [\log_2 k]}{3^n} \right\}$ 之值為_____。其中 $[]$ 為高斯符號

第二部分計算題：共一題，計 10 分(須詳列過程)

一、設 x, y, z 均為整數且滿足
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 132 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$
, 求 $|x| + 2|y| + |z|$ 的所有可能值為何?

國立台灣師大附中 105 學年度第 1 次代理教師甄選初試數學科試題

作答卷：

第一部分填充題：每格 6 分，15 格，共 90 分(每格均須算出，不可以符號作答)

1.	2.	3.	4.	5. (1)	5. (2)	6.	7.
8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	空白

第二部分計算題：一題，共10分

一、設 x, y, z 均為整數且滿足 $\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 132 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$ ，求 $|x| + 2|y| + |z|$ 的所有可能值為何？

解：