

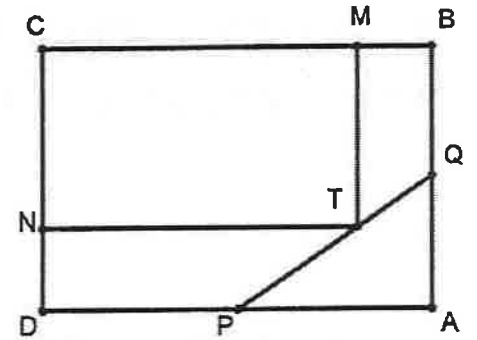
# 國立豐原高中 104 學年度第一次教師甄試數學科初試試題

※作答說明：

- 1、請於答案卷中標明題號作答，每題需包含計算過程及答案。
- 2、答案卷上不得書寫姓名或作任何可識別身份之記號。
- 3、本試題共 2 頁，第 1-10 題每題 8 分，第 11、12 題每題 10 分。

## 一、計算題：

1. 如右圖所示，矩形  $ABCD$  中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{AP}=3$ ， $\overline{AQ}=2$ ，令  $T$  為  $\overline{PQ}$  上的動點，求矩形  $TMCN$  的最大面積為多少？



2. 已知滿足方程組 
$$\begin{cases} x + y + z = 8 \\ 2x - 4y + az = -26 \\ bx + 2y + 6z = 20 \\ 7x + cz = d \end{cases}$$
 的  $(x, y, z)$  為空間中的一條直線  $L$ 。

(1) 滿足此條件的數對  $(a, b, c, d) = ?$

(2) 給定空間  $A(1, 6, -1)$ 、 $B(2, 6, 0)$  兩點，已知直線  $L$  上可取  $C$ 、 $D$  兩點使得  $ABCD$  為正四面體的四個頂點，求  $C$ 、 $D$  兩點的座標？

3. 設  $f(x)$  為領導係數為 1 的三次實係數多項式，已知  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = -9$ ， $\int_{-1}^1 f(x) dx = -2$ 。

(1)  $f(x) = ?$

(2) 若  $f(x)$  和  $g(x) = 15x + a$  只有一個交點，求  $a$  的範圍？

4. 將由左至右的六個位置分別填入 0、1、2 的數字，成為「三元字串」，例如：201021 是一個三元字串。對於兩個三元字串

$a = a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$  與  $b = b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 b_6$ ，定義  $a$  與  $b$  的距離為  $\sum_{i=1}^6 |a_i - b_i|$ ，意即

$|a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| + |a_4 - b_4| + |a_5 - b_5| + |a_6 - b_6|$ ，例如：201021 與 001011 的距離為 3 (因為它們的第一個足標差 2

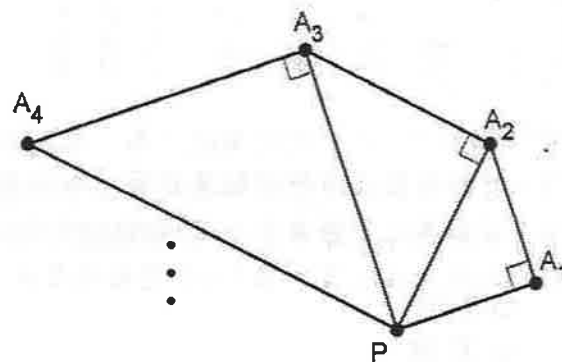
和第 5 個足標差 1，加總起來是 3)，請問與 201021 的距離為 4 的三元字串共有多少個？

5. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  是雙曲線  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的兩個焦點， $Q$  是雙曲線上頂點外任意一點， $\angle F_1 Q F_2$  的角平分線為  $L$ ，從  $F_1$  對  $L$  做垂線，

交  $L$  於  $P$  點，請問  $P$  點的軌跡方程式？

【背面尚有試題!】

6. 如圖所示，已知  $P(3,1)$ 、 $A_1(6,2)$ ，以  $\overline{PA_1}$  為一股做等腰直角三角形  $\Delta PA_1A_2$ ，再以  $\overline{PA_2}$  為一股做等腰直角三角形  $\Delta PA_2A_3$ ，以此類推，試求頂點  $A_5$  的坐標？



7. 有三數平均值為 10，標準差為  $2\sqrt{2}$ ，已知三數加入  $x$  後，四數標準差為 3，平均值為  $a$ ，若再加入  $y$  後，這五個數的平均值仍為  $a$ ，則這五個數的標準差為  $b$ ，求  $a+b^2 = ?$

8. 已知甲袋中有 2 顆紅球 1 顆白球，乙袋中有 3 顆白球。每次從甲袋中任取 2 顆放入乙袋後，再從乙袋中任取 2 顆放入甲袋，如此稱做一局。請問不斷重覆進行後，甲袋中恰有 1 顆紅球的機率是多少？

9.  $z$  是一個複數，且知  $\begin{cases} \arg(z^2 + 2i) = \frac{\pi}{3} \\ \arg(z^2 - 4i) = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$  求  $\arg(z) = ?$

## 參考題目

10. 試將 2017 分成若干個正整數的和，且令  $x$  表每一種表示法的所有正整數乘積。  
 (例如： $2017=2+5+2010$ ，則  $x = 2 \times 5 \times 2010 = 20100$ )。若  $x$  的最大值為  $a$ ，則試求下列各題之值：  
 (1)  $a$  為何？(以質因數分解式表示)  
 (2)  $a$  為幾位數？首位數字是多少？( $\log 2=0.301$ ， $\log 3=0.4771$ ， $\log 7=0.8451$ )

11. 有 100 人參加數學競試，考試題目共 3 題，各題的答對人數如下表：

題號	一	二	三
答對人數	50	68	64

若答對 2 題以上稱為「通過」，依次推算本次數學競試通過人數。試求：

- (1) 最少的通過人數？ (2) 最多的通過人數？

【兩小題皆須說明答題情形，說明情形以數對  $(a, b, c, d, e, f, g, h)$  表示，三題全對  $a$  人，恰答對一二兩題  $b$  人，恰答對一三兩題  $c$  人，恰答對二三兩題  $d$  人，只答對第一題  $e$  人，只答對第二題  $f$  人，只答對第三題  $g$  人，三題全錯  $h$  人】

12. Gamble 教授買了一張樂透彩券，需從 1 到 30 個數字中選出六個數字填入，已知他所選的六個數字分別以 6 為底數取  $\log$  後，再加起來為一整數，則 Gamble 的選法有幾種？

【試題結束!】