

國立臺南第一高級中學 103 學年度學術性向資優鑑定

【數理類】複選第一階段數學成就評量試題

各位同學好，作答之前，請詳閱以下注意事項：

1. 手機請務必關機，手錶鬧鐘鬧鈴設定請取消，並將手機放置於前方地板上。
2. 桌上僅放置准考證及文具。
3. 遲到 15 分鐘以上不准入場，考試開始 30 分鐘內不准交卷出場。
4. 考生不得將試題及答案卡（卷）攜出試場，違者該科不予計分。
5. 請用 2B 鉛筆劃卡。
6. 請依照准考證號碼，將後四碼中的第一碼劃記在答案卡『班級』欄的『十位』數，第二碼劃記在『班級』欄的個位數，第三碼劃記在『座號』欄的『十位』數，第四碼劃記在『座號』欄的個位數。例如准考證號碼為 10234 者，請在班級欄的十位數劃記 0，個位數劃記 2，在座號欄的十位數劃記 3，個位數劃記 4。
7. 請在答案卡姓名欄填入姓名。
8. 考試時間為 80 分鐘，自 08:40 ~ 10:00
9. 試題共 4 頁，16 題，每題都只有一個答案。

☆鈴響前請勿翻開試題本

第一部分：單選題，每題答對得 5 分，答錯得 0 分，不作答得 1 分。

1. 有一個直角三角形 ABC ， $\angle C = 90^\circ$ 、 $\overline{AB} = 30$ 、 $\overline{AC} = 20$ ，作 $\angle BAC$ 之角平分線交 \overline{BC} 於 D ，則 \overline{AD} 長最接近下列哪一個整數？
(A)21 (B)22 (C)23 (D)24 (E)25
2. 有二圓 C_1 、 C_2 相外切於 A ，過 A 作 C_1 與 C_2 之內公切線 L 且 L 交 C_1 與 C_2 其中一條外公切線於 B ，若 $\overline{AB} = 13$ 且 C_2 之半徑 $r_2 = 7$ ，則 C_1 之半徑 r_1 最接近下列哪一個整數？
(A)24 (B)25 (C)26 (D)27 (E)28
3. 若 a 為整數且 $1 \leq a \leq 2014$ ，若 $9a$ 除以 25 餘 1，則 a 有多少個解？
(A)78 個 (B)79 個 (C)80 個 (D)81 個 (E)82 個
4. x 、 y 皆為整數且 $1 \leq x \leq 9$ 、 $1 \leq y \leq 9$ ，若 $x^y = x \cdot y$ ，則數對 (x, y) 有多少組解？
(A)6 組 (B)7 組 (C)8 組 (D)9 組 (E)10 組
5. 將 1、1、4、6 排成一四位數，且此四位數為四個連續正奇數之平方和，則此四位數為何？
(A) 6114 (B) 4116 (C) 1164 (D) 1614 (E) 1416

6. 若 $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 1$ 、 $g(x) = 2x^3 + 4x^2 + 2x - 6$ ，請問有多少個相異實數 α ，使得 $f(\alpha) = 3$ 、 $g(\alpha) = 2$ 。
- (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 4 個

第二部分：單選題，每題答對得 7 分，答錯得 0 分，不作答得 1.5 分。

7. n 為正整數，定義函數 $f(n)$ 表小於等於 n 的正整數中為 3 的倍數之個數，例如： $f(1) = 0$ 、 $f(2) = 0$ 、 $f(3) = 1$ ，若 $f(1) + f(2) + \dots + f(m) > 2014$ ，則 m 之最小值為何？
- (A) 109 (B) 110 (C) 111 (D) 112 (E) 113

8. 四位數 $abcd$ ，滿足 $a \cdot b \cdot c \cdot d > 2014$ ，這樣的四位數中的最小值為 $\alpha\beta\gamma\eta$ ，則 $\alpha + \beta + \gamma + \eta = ?$
- (A) 28 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 32

9. $a = 0.\overline{05} + 0.0\overline{13} + 0.\overline{0019}$ ， a 小數點下第 100 位數字為何？
- (A) 0 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. 小鎮 A 距離一筆直道路 3 公里，並與道路上的小鎮 B 相距 6 公里。今欲在此道路上蓋一家超級市場使其與 A, B 等距，則此超級市場與 A 的距離最接近下列哪一個選項？
(A) 3.1 公里 (B) 3.2 公里 (C) 3.3 公里 (D) 3.4 公里 (E) 3.5 公里

11. 若 x 為實數且 $f(x) = \frac{x^2}{7x^2 - 4x + 1}$ ，則下列哪一個選項正確？
(A) $f(x)$ 有最大值，但 $f(x)$ 沒有最小值。
(B) $f(x)$ 有最小值，但 $f(x)$ 沒有最大值。
(C) $f(x)$ 有最大值及最小值。
(D) $f(x)$ 沒有最大值及最小值。
(E) 以上皆有可能。

12. x, y, z 為實數， $f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + z^2 + 2yz + 2xz - 3$ ，當 $(x, y, z) = (\alpha, \beta, \gamma)$ 時， $f(x, y, z)$ 有最小值 m ，則下列哪一個選項正確？
(A) $m > -3$ (B) $m < -3$ (C) m 不存在 (D) (α, β, γ) 有有限多組 (E) (α, β, γ) 有無窮多組

13.若 $x > 0$ 、 $y > 0$ 且 $x + y = 15$ ，請問 $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{y^2 + 16}$ 之最小值最接近下列哪一個整數？

- (A)16 (B)17 (C)18 (D)19 (E)20

14.三角形 ABC ， $\angle A = 45^\circ$ ，過 A 作 \overline{BC} 上的垂線，交 \overline{BC} 於 M ，若 $\overline{BM} = 2$ 、 $\overline{CM} = 3$ ，則 $\overline{AB} + \overline{AC}$ 之值最接近下列哪一個整數？

- (A)10 (B)11 (C)12 (D)13 (E)14

15.設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，若 $f(x) = 0$ 有一根為 2 且 $f(f(x)) = 0$ 恰有一實根為 4，求 $f(0) = ?$

- (A)2 (B)4 (C)6 (D)8 (E)10

16.一個半徑為 10 的圓被兩條互相垂直的直線分成四個部分，面積分別為 R_1, R_2, R_3, R_4 ，

且 $R_1 > R_2 > R_3 > R_4$ ，若圓心到此兩條直線的距離分別為 4 和 3，求 $R_1 - R_2 - R_3 + R_4 = ?$

- (A)40 (B)44 (C)48 (D)52 (E)56