國立中和高級中學　九十七學年度　第一次教師甄選　　數學科筆試試題

一、填充題：75%(第 1 至第 9 題：每題 5 分、第 10 至第 14 題：每題 6 分)

1. 已知 m、n 是整數，且 $mx^{17}+nx^{16}+1$ 是 x^2+x-1 的倍式，則 m=________。

2. 等腰 ΔABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，D 在 $\overline{BC}$ 上、且 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$；E 在 $\overline{AD}$ 上、且 $\overline{AE}$=20、$\overline{ED}$=2，

   若 $\angle$BED=3$\angle$BAD，則 $\overline{AB}$=________。

3. 設 Z=$\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^7+1$ 試求 Z 的主幅角為________。

4. 設 $x\in R$ 且 $x\geq\dfrac{7}{3}$，試解不等式：$\left|x^2-\sqrt{3x-7}\right|<\left|\sqrt{3x-7}-3\right|+\left|x^2-3\right|$　，得其解為______。

5. 解方程式：$\sqrt[3]{(10+x)^2}+\sqrt[3]{(3+x)^2}=\sqrt[3]{(10+x)(-3-x)}+7$　得 x=_______。

6. 設 $[x]$ 為表示小於或等於 x 的最大整數，令 $b_n=\left[\dfrac{n}{1}\right]+\left[\dfrac{n}{2}\right]+\left[\dfrac{n}{3}\right]+\bullet\bullet\bullet+\left[\dfrac{n}{n}\right]$，

   則 $b_{2008}-b_{2007}$=_______。

7. 設 A^{-1} 是矩陣 A 的反矩陣，B^{-1} 是矩陣 B 的反矩陣，

   且 $A^{-1}=\begin{bmatrix}1&2&-1\\3&4&2\\0&1&-2\end{bmatrix}$，$B^{-1}=\begin{bmatrix}0&1&1\\1&0&1\\-2&3&2\end{bmatrix}$，求 AB=_______。

8. 設 ΔABC 為正三角形，點 P 為其內部一點，若 $\overline{PA}$=5、$\overline{PB}$=12、$\overline{PC}$=13，

   則 ΔABC 之面積為_________。

9. 某一天的 8 節課裏，包括國文、英文、數學、音樂、生物各一節課，再加上 3 節自習課，
   若自習課不完全相鄰且不排在第一節，那麼這一天的課表，將會有______種可能排法。

10. 設一直圓錐的內部有一個半徑為 3 的內切球(切於側面及底面)，
    則當此直圓錐的高為_______時，此直圓錐有最小體積為__________。

11. 設 Γ 為 $x^2+4y^2+2x+3-k(x^2+2y^2+1)=0$　，則當 Γ 是橢圓時，試求 k 的範圍為__________。

12. 設二元二次方程式 Γ：$x^2+xy+y^2=6$，P(a,b)為 Γ 上的一點，
    試求(1) Γ 的焦點坐標為_________。
    (2) a^2-b^2 的最大值為_________。

13. 設袋中有大小相同的紅球 3 個、黑球 2 個、白球 4 個，今從袋中一次取一球，
    取後不放回，直到所有紅球皆取到時就停止，
    試求：停止前所取球的次數為 5 次的機率為_________。

14. 數列 $\langle a_n\rangle$ 定義如下：$a_1=2$　、　$a_2=3$　、　$a_{n+2}=a_{n+1}+2a_n$　(n=1,2,3,…)　，
    試求一般項 a_n=_________(以 n 表示)。

二、計算證明題：25% (第 1 題：7 分、第 2 題：8 分、第 3 題：10 分)

1. 已知 x>1　，y>1 且 $(\log x)^2+(\log y)^2=2(\log x+\log y)$　，試求 $x^{\log y}$ 的最大值。

2. 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{k(k+2)}\right)$=__________。

3. 設四邊形 ABCD 是圓的內接四邊形，試證：$\overline{AC}\times\overline{BD}=\overline{BC}\times\overline{AD}+\overline{AB}\times\overline{CD}$。

國立中和高級中學　九十七學年度　第一次教師甄選　　數學科筆試參考解答

一、填充題：**75%(第 1 至第 9 題：每題 5 分、第 10 至第 14 題：每題 6 分)**

1.	**2.**	**3.**	**4.**
－987	**11**$\sqrt{5}$	$\frac{19}{12}\pi$ **=285^0**	**x > 16/3**
5.	**6.**	**7.**	**8.**
－2,　－11	**8**	$\begin{bmatrix} 42 & -20 & -15 \\ -25 & 12 & 9 \\ -11 & 5 & 4 \end{bmatrix}$	**45+**$\frac{169}{4}\sqrt{3}$
9.	**10.** 高	**10.**最小體積	**11.**
3600	**12**	**72**π	**2－**$\sqrt{2}<k<1$或 **2<k<2+**$\sqrt{2}$　但 **k**$\neq$**3**
12.(1)	**12.(2)**	**13.**	**14.**
(2,-2) , (-2,2)	**4**$\sqrt{3}$	**1/14**	$\frac{1}{3}(-1)^{n+1}+\frac{5}{6}(2)^n$

二、計算證明題：**25% (第 1 題：7 分、第 2 題：8 分、第 3 題：10 分)**

請寫明題號，由此開始作答。

1. 略
2. 略
3. 略