

國立嘉義高中 98 學年度 數學科教師甄試 數學科題目卷

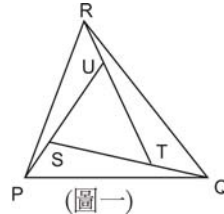
一、填充題:每格 5 分,共 80 分

1、若 α 為 $2^x + x - 98 = 0$ 的根, β 為 $\log_2 x + x - 98 = 0$ 的根,則 $\alpha + \beta =$ _____。

2、設 $\triangle ABC$ 的三邊長 $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 2\sqrt{13}, \overline{CA} = 4$, 且 H 為 $\triangle ABC$ 的垂心。若 $\overline{AH} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$, 則數對 $(x, y) =$ _____。

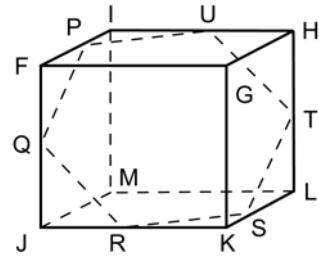
3、設有一三角形的三邊中線長分別為 6, 9, 12, 則此三角形的面積 = _____。

4、在(圖一)中, $\overline{TQ} = \frac{1}{2}\overline{ST}$, $\overline{UR} = \frac{1}{3}\overline{TU}$ 而 $\overline{SP} = \frac{1}{4}\overline{SU}$ 。已知 $\triangle STU$ 的面積是 1。則 $\triangle PQR$ 的面積為 _____。



5、設 A 、 B 兩箱中, A 箱內有一黑一白兩球, B 箱內有一白球。甲乙二人輪流取球, 每次先由甲自 A 箱內任取一球, 放入 B 箱內, 再由乙自 B 箱內任取一球, 放入 A 箱內, 這樣稱爲一局。當第一局結束時, A 箱內兩球爲一黑一白的機率爲 p 。當第三局結束時, A 箱內兩球爲一黑一白的機率爲 q , 則數對 $(p, q) =$ _____。(請將答案化成最簡分數)

6、如(圖二), $FGHIJKLM$ 是邊長爲 1 公尺的立方體。 P, Q, R, S, T, U 分別是 $\overline{FI}, \overline{FJ}, \overline{JK}, \overline{KL}, \overline{LH}, \overline{HI}$ 的中點。六邊形 $PQRSTU$ 的面積 = _____ 公尺²。



7、設 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, 則 A 的乘法反元素爲 _____。

8、假設地球爲一球體。今以地球球心爲原點, 地球半徑爲單位長, 建立一直角坐標系。設地球表面上有甲乙丙三地, 甲、乙兩地的坐標分別爲 $(1, 0, 0)$ 、 $(\frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7})$, 而丙地正好是甲乙兩地之間最短路徑的中點, 則丙地的坐標爲 _____。

9、設 10^4 之所有正因數之積爲 A , 則 $\log_{10} A$ 之值爲 _____。

10、已知四邊形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} = 16, \overline{BC} = 25, \overline{CD} = 15, \angle ABC$ 及 $\angle BCD$ 皆爲銳角。而

$\sin \angle ABC = \frac{24}{25}, \sin \angle BCD = \frac{4}{5}$ 。若 $\overline{BD} = p$, 且 $\overline{AD} = q$, 則數對 $(p, q) =$ _____。

11、空間中三個點 $A(0, 1, 2), B(-1, 0, 3), C(1, 2, 3)$, 則 $\triangle ABC$ 的外心坐標爲 _____。

12、已知三次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ 之三根為 $\sin^2 \frac{\pi}{12}$, $\sin^2 \frac{3\pi}{12}$ 與 $\sin^2 \frac{5\pi}{12}$, 則數對

$(p, q, r) =$ _____。

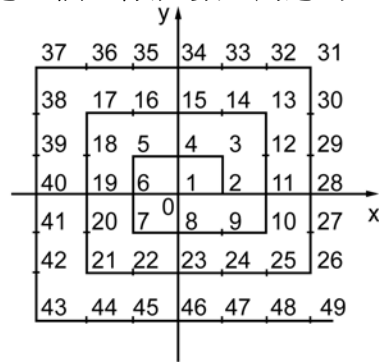
13、給定一平面 $\pi: x - 3y + 2z + 4 = 0$, 及一直線 $L: \frac{x+1}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+1}{-5}$, 試求在空間中包含

L 而與 π 垂直的的平面方程式為 _____。

14、如果方程組 $\begin{cases} 4x + 3y + z = ax \\ 3x - 4y + 7z = ay \\ x + 7y - 6z = 0 \end{cases}$ 除了 $x = y = z = 0$ 以外, 還有其他解, 則 a 之值為 _____。

15、設空間中 $A(6, 0, 0), B(8, 6, 8)$, 試求 Z 軸上一點 P , 使 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 為最小, 則 P 點坐標為 _____。

16、將自然數按(圖三)中的規則排列, 每個自然數都對應一個坐標, 如數 3 對應的坐標是 $(1, 1)$ 。請問數 2009 對應的坐標為 _____。



(圖三)

二、計算題: 每題 10 分, 共 20 分

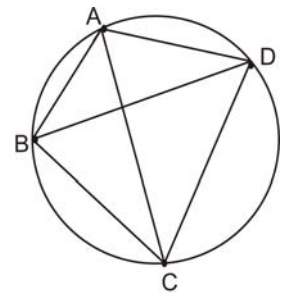
1、已知「托勒密定理」: 圓內接四邊形 $ABCD$ 中如(圖四),

$$\overline{AB} \times \overline{CD} + \overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BD}。請利用上式,$$

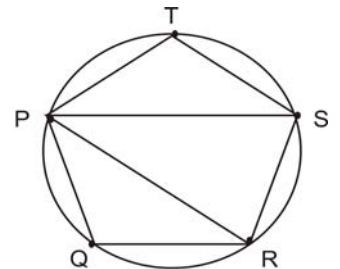
(1) 若正五邊形 $PQRST$ 之邊長 1, 如(圖五), 求對角線 \overline{PR} 之長?(4 分)

(2) 已知 $\triangle ABC$ 中最大角 $\angle A$ 為最小角 $\angle B$ 的 2 倍,

且三邊為連續的自然數, 求三角形 ABC 三邊的長。(6 分)



(圖四)



(圖五)

2、 m 為實數, 已知四次方程式 $3x^4 - 4mx^3 + 1 = 0$ 無實根, 求 m 的範圍?(6 分)

用另外的解法再得 4 分。