國立潮州高中97年教師甄試數學科專業試題

說明： 一、共有10題，每題10分。
二、答案卷一定要寫明題號。
三、試題卷需繳回。

1.已知實係數方程式 $x^2+2ax+3a^2-4a=0$，α,β 為方程式之兩根。試問當 a 值為何時，$(\alpha-1)^2+(\beta-1)^2$ 有極值，並求此極值。

2.在空間坐標系中，有一顆皮球 $S: x^2+y^2+z^2=1$，其球心沿著向量 $(1,3,2)$ 之方向作直線運動，往牆面 $E: 2x+y+2z=6$ 飛去，試求皮球與牆面碰撞時之切點坐標。

3.已知 H 為 ΔABC 的垂心，由 H 分別作 $\overline{HD}\perp\overline{BC}$，$\overline{HE}\perp\overline{AC}$，$\overline{HF}\perp\overline{AB}$。

試証：$\overline{HD}:\overline{HE}:\overline{HF}=\sec A:\sec B:\sec C$。

4.已知平面上一橢圓 Γ 之兩焦點為 $F(-1,2)$，$F'(3,-1)$。若直線 $L: 8x-6y+45=0$ 與橢圓 Γ 相切於 P 點，試求此橢圓之正焦弦長及 P 點坐標。

5.我們定義 $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times....\times3\times2\times1$，例如 $5!=5\times4\times3\times2\times1=120$。試問使得 $n!$ 的最後90位數字全是0的最小正整數 n 是多少？(例如 $5!$ 最後只有1位數字是0)

6.某一函數 f 對於非負整數 n,k 定義如下：

$$\begin{cases} f(0,n)=n+1 \\ f(k,0)=f(k-1,1) \\ f(k+1,n+1)=f(k,f(k+1,n)) \end{cases}$$

，試計算 $f(2,3)$ 之值？

7.設 $S_n=\sum_{k=2}^{n}\log_2(\cos\frac{\pi}{2^k})$，求證：$-1<S_n<0$

8.若 $\overrightarrow{a}=(1，2，-3)$，$\overrightarrow{b}=(2，-4，3)$，$\overrightarrow{c}=(x，y，z)$ 為空間三個非零向量，且 $\overrightarrow{c}\perp\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{c}\perp\overrightarrow{b}$，求 $\dfrac{2xy+yz-5xz}{x^2-y^2+2z^2}$ 的值。

9.兩歪斜線 L_1：$\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+7}{-6}=\dfrac{z-1}{-2}$ 和 L_2：$\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+5}{2}$，則：

(1) L_1，L_2 與公垂線的交點分別為？ (2)包含 L_1 且與 L_2 平行的平面方程式為？

10.數線上一運動物體從原點出發，在此數線上跳動，每次向正方向跳2單位或向負方向跳1單位，跳動過程可重複經過任一點，若經過10次跳動後此運動物體落在點 -1 處，試問此運動物體共有多少種不同的跳動方法？