

國立彰化高級中學103學年度科學班數學實作試題卷

填充題:(每題6分, 答案請作簡化, 並依序填入答案欄內)

1. 若 α 為方程式 $x^2 + x - 1 = 0$ 的正根, 求 $(\alpha - 2)(\alpha - 1)(\alpha + 2)(\alpha + 3) =$ _____。

2. x, y, z 為自然數, x, y, z 的最大公因數為6, x, y, z 的最小公倍數為720, 則這種 (x, y, z) 共有_____組。

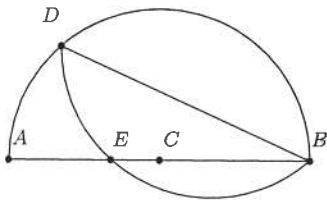
3. $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+2014} =$ _____。

4. 若 $\begin{cases} a + b = 1 \\ ax + by = -1 \\ ax^2 + by^2 = -5 \\ ax^3 + by^3 = -13 \end{cases}$, 且 $x > y$, 求 $(x, y) =$ _____。

5. $f(n) = \begin{cases} n + 4 & n \leq 103 \\ f(f(n - 6)) & n \geq 104 \end{cases}$, 求 $f(2014) =$ _____。

6. $2^{2014} + 3^{2014} + 4^{2014}$ 除以13的餘數為_____。

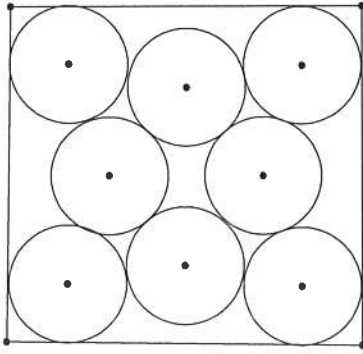
7. 如圖, 在一個半圓內, 一圓弧沿著一弦 \overline{BD} (非半徑) 作對稱, 所得新弧將直徑 \overline{AB} 分成 $\overline{AE} = 4, \overline{EB} = 9$, 求弦 \overline{BD} 長_____。



8. $x = \frac{\sqrt{19} - \sqrt{7}}{2}$, 求 $\frac{x^4}{x^8 + 81} =$ _____。

9. 若 a, b, c 均為正數, 若 $a + 2b + 3c = 12$, 則 abc^2 的最大值_____。

10. 正方形邊長為1，內部8個等圓相切如圖，若圓半徑為 $\frac{a + \sqrt{b} - \sqrt{c}}{4}$ ，其中 a, b, c 均為自然數，求 $(a, b, c) =$ _____。



11. 已知A地與B地相隔10公里，早上八點開始，張三以時速4公里，從A地走向B地，同時李四以時速5公里，從B地走向A地，走10分鐘後，李四返家（速率不變）帶狗小黃馬上再出門，已知小黃跑步的速度為一小時7公里，小黃自出門後持續往前跑，遇到張三便折返，持續往前跑，遇到李四便折返，持續在兩人間奔跑，問自小黃出門後，到兩人相遇時止，小黃一共跑_____公里。
12. 有一正實數 α 之小數部份為 β ，若 $5\alpha + 3\beta^2 = 28$ ，求 $\alpha =$ _____。
13. 自1, 2, 3, ..., 100000中，刪去2的倍數，再刪去3的倍數，又刪去5的倍數，在最後剩下的數列中1, 7, 11, 13, ..., ..., 問77777是第_____項。
14. 一個自然數 n ，如果可以找到兩個相異自然數 a, b ，使得 $n = a + b + ab$ ，則稱為 n 為 λ 數，則自1到50的 λ 數共有_____個。

計算題：(每題8分，要說明或計算過程，否則扣分)

1. 利用完全平方數特性或其他屬性解決下列問題：下列四組數對 (x, y) 中，恰有一組平方和為完全平方數，也就是 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 為整數，試找出是那一組？為什麼？
 (A)(15213, 32477) (B)(37615, 26855) (C)(28326, 28614) (D)(25530, 29464)。
2. 銳角三角形 ABC 的 $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 於 D ， $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 於 E ， \overline{BD} 與 \overline{CE} 交於 H ，且 $\overline{BH} = 6$ ， $\overline{HD} = 2$ ，求 $\triangle ABC$ 面積。