國立高雄餐旅大學附屬餐旅高級中學

104學年度教師甄選　數學科試題

【※答案一律寫在答案本上】

一、單一選擇題（每題5分）

1. 若θ為第二象限角，則點$P(\sin(\cos\theta),\cos(\cos\theta))$在
(A)第一象限　(B)第二象限　(C)第三象限　(D)第四象限
(E)坐標軸上。

2. 設x為正整數，將$\sqrt{x}$的整數部分以$f(x)$表示，則$f(1)+f(2)+\cdots\cdots+f(300)$最接近下列何數？
(A)1500　(B)2500　(C)3000　(D)3500　(E)4000。

3. 投擲甲、乙兩骰子，其出現的點數分別為a，b，則二次函數$y=3x^2+ax+b$的最小值不大於3的機率為何？
(A)$\frac{1}{3}$　(B)$\frac{2}{3}$　(C)$\frac{1}{4}$　(D)$\frac{3}{4}$　(E)$\frac{23}{36}$。

4. 將1、2、3、4四個數字隨機填入下方2×2的方格中，每個方格中恰填一數，但數字可重複使用。試問事件「A方格的數字大於B方格的數字，且C方格的數字大於D方格的數字」的機率為多少？

A	B
C	D

(A)$\frac{1}{16}$　(B)$\frac{9}{64}$　(C)$\frac{25}{64}$　(D)$\frac{9}{256}$　(E)$\frac{25}{256}$。

二、填充題（每題6分）

1. 函數$f(x)=\cos 2x-2\sin x-4$，x為實數，求$f(x)$的最大值為【　　　】。

2. 有一組資料如右：10，2，5，2，2，4，x，若此資料的算術平均數、中位數及眾數依照大小次序排列起來恰好形成一個等差數列，而且公差大於0。則滿足此條件的所有可能x值之總和為【　　　】。

3. $\Gamma: y=-(x-p)^2+q$的頂點在$\Gamma': y=x(x^2-2)$上，且Γ與Γ'恰有兩個交點，試求p為【　　　】。

4. 已知$\begin{cases} x^3-xyz=2 \\ y^3-xyz=6 \\ z^3-xyz=20 \end{cases}$，其解$(x,y,z)=(a,b,c)$，試求$a^3+b^3+c^3$的最大值

為【　　　　】。

5. 已知實係數方程式$2x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$沒有實根，其四個虛根分別為α、β、γ、δ，且$\alpha+\beta=4-i$，$\gamma\cdot\delta=5+2i$，試求序對(a,b,c,d)為【　　　　】。

6. 有高矮不同之九位同學排成一列，欲使較高者不排在任兩個較矮者之間的排法有【　　　　】種。

7. 求$\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{13}{25}+\frac{35}{125}+\cdots+\frac{2^n+3^n}{5^n})$的值為【　　　　】。

三、 問答題(8 分)

1. 請寫出以下定理：(毋須證明)

（1）代數基本定理。　（2）微積分基本定理。

四、 計算證明題（每題 10 分，請寫出過程，否則不予計分。）

1. 求$1\cdot n^2+2(n-1)^2+3(n-2)^2+\cdots+(n-1)\cdot 2^2+n\cdot 1^2$的值。

2. 已知a、b、c、d為正實數，且$a>b$，若$a^2+b^2=c^2+d^2=1$，$ac+bd=\frac{2}{\sqrt{3}}$，試求$21\cdot(a^2+b^2+c^2+d^2)$。

3. 空間中$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$不共平面且非零向量，證明三向量所構成的平行六面體體積為$|(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{c}|$。