

准考證號碼：

國立嘉義高工九十八學年度 第一次教師甄選數學科試題卷

填充題(共 20 格、每格 5 分)

- (1) 設 p, q 為整數，方程式 $x^2 - (4p+3)x + q = 0$ 的兩根均為質數，且 $2q - 7p = 40$ ，求此方程式之兩根為_____
- (2) 等比數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\sum_{k=1}^n a_k = 3 \times 2^n + c$ ， c 為常數，則 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a_k} =$ _____
- (3) 若 $\sec \theta - \tan \theta = 3$ ，則無窮級數 $1 + \sin \theta + \sin^2 \theta + \cdots \sin^n \theta + \cdots$ 之和 = _____
- (4) 若 a, b, c 為相異正實數，則 $a^{\log \frac{b}{c}} \cdot b^{\log \frac{c}{a}} \cdot c^{\log \frac{a}{b}} =$ _____
- (5) 設 m 是實數，若 $(x-1)(x+2) < mx+1$ 的解為 $\alpha < x < \beta$ ，則 $(x-\alpha)(x < \beta) + mx - 3 > 0$ 的解為何_____
- (6) $|\vec{a}| = |\vec{b}| \neq 0$ ，若 $|\vec{a} + \vec{b}| - |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2}|\vec{a}|$ ，則 \vec{a}, \vec{b} 之夾角為_____
- (7) 若 x, y, z 為實數，求 $\frac{2x-y+z}{\sqrt{x^2+4y^2+z^2}}$ 之最大值_____
- (8) 設 x, y, z 為自然數， $x < y < z$ ，且其中任二數之和均為另一數的倍數，求 $x:y:z =$ _____
- (9) 在空間中，通過直線 $\begin{cases} x=3+t \\ y=3-t \\ z=0 \end{cases}$ ， $t \in R$ ，且與球 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4 = 0$ 相切的平面方程式為_____
- (10) 若 $y = \sqrt{x^2 + 4x + 5} + \sqrt{x^2 - 6x + 13}$ ， $x \in R$ ，求 y 之最小值_____
- (11) $x, y \in R$ ， $x^2 + y^2 = 1$ ，若 $x^2 + 4xy + 5y^2$ 的最大值 $= M$ ，最小值 $= m$ ，則 $M + m =$ _____
- (12) 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 中，若 $a_n = \frac{1}{\sqrt{3n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{3n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{3n^2+3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{3n^2+2n}}$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ _____
- (13) 設 $f(x)$ 為可微分函數，且 $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x$ ，則 $f'(5) =$ _____
- (14) 一票箱中有 5 張投給甲的票，有 3 張投給乙的票，在開票的過程中，甲的票一直領先乙的票數之機率為_____
- (15) 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ ，矩陣 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若 $(A+I)^4 = xA + yI$ ，其中 x, y 為兩定實數，則 $x+y =$ _____

(16) 設有兩變量 X, Y ，已知 $n=10$ ， $\bar{X}=8$ ， $\bar{Y}=12$ ， $\sum_{i=1}^{10} x_i^2=1540$ ， $\sum_{i=1}^{10} y_i^2=3940$ ， $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i=2160$ ，則

(1) X, Y 的相關係數=_____

(2) Y 對 X 的迴歸直線方程式為_____

(17) 座標平面上有一個橢圓，已知在 $(8,4)$ 、 $(9,11)$ 、 $(15,5)$ 和 $(16,12)$ 這四個點中，有兩個是焦點，另外兩個是頂點，則此橢圓的半長軸長度為_____

(18) 設兩拋物線 $y=x^2$ 與 $y=-x^2+2a$ ，(其中 $a>0$) 所圍成的面積為 $\frac{64}{3}$ ，則 a 之值為

(19) 由 mississippi 字母中取 4 個字母之組合數為 a ，排列數為 b ，則

$a+b=$ _____

准考證號碼：

國立嘉義高工九十八學年度 第一次教師甄選數學科答案卷

(此線以上彌封用，請勿作答、背面禁止作答！否則不予計分。)

填充題(20 格、每格 5 分)

1	2 or 17	2	$\frac{2}{3}$	3	$\frac{5}{9}$	4	1
5	$x > 2$ or $x < -3$	6	30°	7	$\frac{\sqrt{21}}{2}$	8	1:2:3
9	$x+y+2z-6=0$ $x+y-2z-6=0$	10	$\sqrt{34}$	11	6	12	$\frac{2}{\sqrt{3}}(\frac{2}{3}\sqrt{3})$
13	$\frac{1}{8}$	14	$\frac{1}{4}$	15	1112	16 (1)	0.8
16 (2)	$y-12=\frac{4}{3}(x-8)$ $(4x-3y+3=0)$	17	$5\sqrt{2}$	18	4	19	197 195