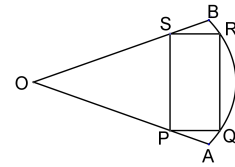


【※ 答案一律寫在答案本上】

1. 求所有滿足 $(m+n)^m = n^m + 1413$ 的所有正整數 m, n
2. 證明 $x^8 - x^5 + x^2 + x + 1 = 0$ 沒有實根
3. 已知直角 $\triangle ABC$ 的兩股邊長分別為 a, b , $\sin A = \frac{1}{2}\sqrt{a^{1-\log_a b}}$, 試證明: $\log(a+b) - \log\sqrt{6} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$
4. 設 x, y 為實數, 且 x, y 滿足條件 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 3$, 則 $\frac{y}{x}$ 之最小值_____。
5. $x \in \mathbb{R}$, 若 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ 在 $x = 1$ 時有極小值為 2, 則 $f(x)$ 的極大值為_____。
6. 四邊形 $ABCD$, 對角線 \overline{AC} 與 \overline{BD} 交於 P 點, 若 $\triangle ABP$ 的三邊長為 5, 6, 7, 且 $\vec{AC} = 2\vec{AB} + 3\vec{AD}$, 求四邊形 $ABCD$ 的面積為_____。
7. 如圖所示, 扇形 AOB 之圓心角 $\angle AOB = 60^\circ$, 半徑 $\overline{OA} = 1$, 則內接矩形 $PQRS$ (R, Q 在圓弧 \widehat{AB} 上) 之最大面積為_____。



8. 隨意將編號1至7的七張卡片排成一列, 恰有三張卡片所排的順序與它的編號相同的機率為_____。
9. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4n^2} [\sqrt{4n^2 - 1^2} + \sqrt{4n^2 - 2^2} + \dots + \sqrt{4n^2 - n^2}] =$ _____。
10. 在擲一個公正骰子的遊戲中規定: 若遊戲者在一次投擲中擲出的點數並非6點, 則此遊戲者只能拿到 m 元並停止遊戲; 若遊戲者擲出6點, 怎可獲得獎金10元並有再次擲骰子的機會。已知一遊戲者要玩這個遊戲直到他擲到非6點才停止遊戲的得獎金額期望值5元, 則 $m =$ _____。
11. 求 $(x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y})^8$ 展開式中 xy 項之係數為_____。
12. 將與2015互質的正整數由小到大排列, 則第2015個數為_____。
13. 給定空間中四點 $A(a_1, a_2, a_3)$, $B(2, -3, 6)$, $C(11, 1, 5)$, $D(6, d_2, d_3)$, 若 A, B, C, D 四點形成一正四面體, 且 a_1, a_2, a_3, d_2, d_3 皆為整數, 試求 A 點坐標。
14. 若多項式方程式 $x^3 + 4x^2 + 5x - 8 = 0$ 的三根為 α, β, γ , 試求以 $\frac{2}{\alpha+2}, \frac{2}{\beta+2}, \frac{2}{\gamma+2}$ 為三根的多項式方程式。
15. 令 $N = \sum_{k=1}^{2015} k[\log_2 k]$, 其中 $[\log_2 k]$ 表不大於 $\log_2 k$ 的最大整數, 試問 N 除以1000的餘數為_____。