

臺北市立松山家商 104 學年度第 1 次教師甄選初試

數學科 試題卷

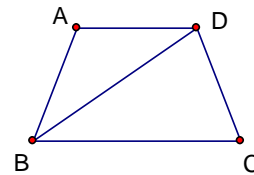
第壹部分：填充題 (佔 64 分)：每題答對得 8 分。

1. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$ 、 $\overline{BC} = 3$ 且 $\angle A = 2\angle C$ ，試求 \overline{AC} 之值為_____。

2. 已知 $\log_4 m = \log_6 n = \log_9(m+n)$ ，求 $\frac{n}{m} =$ _____。

3. 若不等式 $(x+2)(x-1)(x^2 - mx + m) > 0$ 的解為 $x > 1$ 或 $x < -2$ ，則 m 值的範圍為_____。

4. 如右圖， $ABCD$ 為一梯形， $\overline{AB} = \overline{CD} = 5$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AD} = 6$ ，則 $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} =$ _____。



5. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{CA} = 7$ ； P 為其三邊上或內部的任一點， D, E 及 F 分別在 \overline{AB} ， \overline{BC} 及 \overline{CA} 三邊上且 $\overline{PD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PE} \perp \overline{BC}$ 及 $\overline{PF} \perp \overline{CA}$ ；求 $\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF}$ 的最小值為_____。

6. 若方程式 $x^2 - px - q = 0$ 的正根小於 3，其中 p, q 為正整數，則滿足上述條件的數對 (p, q) 共有_____組解。

7. 袋中有 6 紅球，5 白球，4 黑球共 15 球大小相同，今從袋中每次取一球不放回，求黑球最先取完之機率值為_____。

8. 甲乙兩人依「甲乙甲乙...」的順序輪流擲一公正硬幣，規定擲出正面者得 1 分，反面得 0 分。若擲完第三次時(甲乙總共投擲三次)，甲得分領先乙的條件下，則擲完第六次時，甲得分領先乙的機率為_____。(過程中不一定維持領先)

第二部份：計算證明題 (佔 36 分) 每題 12 分

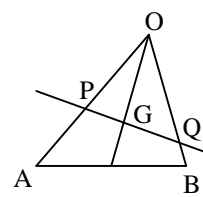
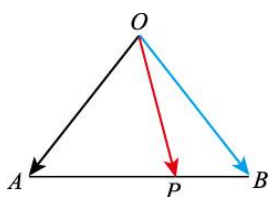
1. 某工廠生產 A, B 兩種產品。已知生產 A 產品 1 噸須用燃料 8 噸，電力 2 千瓦，工人 1 名；生產 B 產品 1 噸須用燃料 9 噸，電力 1 千瓦，工人 3 名。已知 A 產品每噸可獲利 7 萬元， B 產品每噸可獲利 5 萬元，每天燃料供應量最多為 240 噸，用電供應量最多為 50 千瓦，工人最多 60 人。

(1) 設工廠生產 A, B 兩種產品分別為 x 噸與 y 噸。試列出 x, y 必須滿足的聯立不等式與圖形。(8 分)

(2) 此廠每天應生產 A, B 兩種產品各多少噸，才能使獲利最高？而此最高利潤是多少？(4 分)

2. 設 P 為 \overline{AB} 上一點，且滿足 $\overline{AP} : \overline{PB} = 5 : 2$ ；如下圖所示， O 為平面上任意點，

(1) 試證明 $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{5}{7}\overrightarrow{OB}$ 。(6 分)



(2) 設 $\triangle OAB$ 的重心 G ，過 G 的直線與 \overline{OA} 、 \overline{OB} 交於 P, Q 點如右上圖所示，已知 $\overline{OP} = h\overline{OA}$ ， $\overline{OQ} = k\overline{OB}$ ，

且 $\frac{\triangle OPQ \text{ 面積}}{\triangle OAB \text{ 面積}} = \frac{9}{20}$ ，試求 $h+k$ 之值。(6 分)

3. 沿河城市 A 運貨需先經水運到達 C 處，再經由公路到另一內陸 B 處。已知 B 到河岸 C 的最短距離 $\overline{BC} = 5$ 公里，水運路線 $\overline{AC} = 7$ 公里，公路運費是水路運費的 n 倍 (n 是大於 1 的實數)，如右圖所示。若欲從 B 點修一條公路到河岸點 D 處，可使由 A 城市經水路至 D 處，再由 D 處經公路至 B 點的總運費最小，則 \overline{DC} 是多少公里？

