

基隆市立安樂高級中學 99 學年度新聘高中部數學科第二次教師甄選初試試題卷

《注意事項》請勿使用鉛筆作答；請將答案填入答案卷內，未填入者不予計分。

一、單選題，每題 4 分，共 20 分，寫錯不倒扣。

1. 設  $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ， $x = a + b$ ， $y = a\omega + b\omega^2$ ， $z = a\omega^2 + b\omega$ ，則  $x + y + z$  的值為 (A) 0 (B) -1 (C)  $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  (D)  $\omega^2$
2. 設  $f(x) = 3x^4 + ax^3 + b(x^2 + x + 1)$ ，其中  $a, b$  為常數， $f(x)$  除以  $(x + 1)^2$  的餘式為  $-8x - 5$ ，則  $a$  值為 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。
3.  $1 \leq x \leq 100$ ，則  $x^{1 - \log_{10} x}$  之極小值為 (A) 1 (B)  $\frac{1}{100}$  (C) -2 (D) -10。
4. 設  $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，且  $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 1$ ， $|\vec{c}| = 2$ ，則  $\vec{b}$ ， $\vec{c}$  之夾角為 (A)  $160^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $150^\circ$  (E)  $210^\circ$ 。
5. 與直線  $3x - y = 1$  相切於點  $(1, 2)$ ，且過點  $(5, -2)$  之圓的圓心為  $(h, k)$ ，則  $h + k =$  (A) 8 (B) 6 (C) 5 (D) 3 (E) 1。

二、多重選擇題，每題 5 分，共 20 分，錯一個選項扣 2.5 分，錯兩個選項以上該題不予給分。

1. 在複數平面上，假設  $z_1 = x_1 + y_1i$ ， $z_2 = x_2 + y_2i$ ， $z_1, z_2$  均不為零，且  $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 1$ ， $z_1$  點和原點的連線與  $z_2$  點和原點的連線兩條垂直，則下列敘述何者有誤？ ( $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbf{R}$ ) (A)  $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$  (B)  $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$  且  $|z_1 + z_2| = \sqrt{2}$  (C)  $(z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2}) = 2\sqrt{2}$  (D)  $|z_1| + |z_2| \leq \sqrt{2}$  (E)  $z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} = -1$ 。
2. 與  $x$  軸切於點  $(3, 0)$ ，且與直線  $4x - 3y + 12 = 0$  相切的圓方程式可為 (A)  $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$  (B)  $(x - 3)^2 + (y + 12)^2 = 144$  (C)  $(x - 6)^2 + (y + 6)^2 = 121$  (D)  $(x - 3)^2 + (y + 12)^2 = 169$  (E)  $(x - 6)^2 + (y + 6)^2 = 144$ 。
3. 在  $\triangle ABC$  中，下列哪些選項的條件有可能成立？ (A)  $\sin A = \sin B = \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $\sin A, \sin B, \sin C$  均小於  $\frac{1}{2}$  (C)  $\sin A, \sin B, \sin C$  均大於  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D)  $\sin A = \sin B = \sin C = \frac{1}{2}$  (E)  $\sin A = \sin B = \frac{1}{2}$ ， $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。
4. 空間中兩歪斜線  $L_1: \frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-4}{1}$ ， $L_2: \frac{x+6}{-3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-10}{4}$ ，若  $P, Q$  分別在  $L_1, L_2$  上且直線  $\overrightarrow{PQ}$  為  $L_1, L_2$  之公垂線，則下列何者正確？ (A)  $P(3, 8, -3)$  (B)  $Q(-3, -7, 6)$  (C)  $\overrightarrow{PQ} = \frac{x+3}{-2} = \frac{y+7}{-5} = \frac{z-6}{1}$  (D)  $\overrightarrow{PQ} = 3\sqrt{30}$  (E)  $\overrightarrow{PQ}$  的方向向量為  $(2, 5, 1)$ 。

三、填充題，每格 6 分，共 60 分

1. 光線自點  $A(-3, 4)$  射向  $x$  軸，經  $x$  軸反射後再經  $y$  軸反射之光線通過點  $B(-2, 6)$ ，求此光線經  $y$  軸反射後所行經的直線方程式為\_\_\_\_\_。
2.  $A(-3, 1)$ ， $B(-2, 4)$ ， $C(0, t)$  若  $\triangle ABC$  之周長最小，則  $t$  值 =\_\_\_\_\_。

3. 設函數  $f(x)$  滿足  $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$ ，則  $f(x) =$ \_\_\_\_\_。
4. 過點  $(1, 2)$  且與  $x$  軸， $y$  軸均相切的圓有兩個，較大的圓為  $C_1$ ，較小的圓為  $C_2$ ，求  $C_1$  的方程式為\_\_\_\_\_。
5. 有一正四面體  $ABCD$ ， $M$  為  $\overline{AB}$  中點， $N$  為  $\overline{CD}$  中點，若  $\overline{AB} = 2$ ，求  $\overline{MN} =$ \_\_\_\_\_。
6. 擲三粒均勻骰子一次，則在至少出現一粒四點條件下，其點數和為偶數之機率為\_\_\_\_\_。
7. 求方程式  $\sin^2 x - 2\cos x + \frac{1}{4} = 0$  之解為\_\_\_\_\_。
8. 設  $x$  為正實數且滿足  $x \bullet 3^x = 3^{10}$ ，若  $x$  落在連續正整數  $k$  與  $k+1$  之間，則  $k =$ \_\_\_\_\_。
9. 設多項式  $x^2 + x + 2$  能整除  $x^5 + x^4 + x^3 + px^2 + 2x + q$ ，則數對  $(p, q) =$ \_\_\_\_\_。
10. 有 21 個相同球放入 3 個不同袋子，每袋至少一球，則滿足「任二袋球數和必大於第三袋球數」之放法有\_\_\_\_\_種。

基隆市立安樂高級中學 99 學年度新聘高中部數學科第二次教師甄選初試答案卷

《注意事項》請勿使用鉛筆作答；請將答案填入答案卷內，未填入者不予計分。

一、單選題，每題 4 分，共 20 分，寫錯不倒扣。

1	2	3	4	5

二、多重選擇題，每題 5 分，共 20 分，錯一個選項扣 2.5 分，錯兩個選項以上該題不予給分。

1	2	3	4

三、填充題，每格 6 分，共 60 分

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10