

臺北市立南港高工 97 學年度教師甄選筆試命題試題紙

甄選科別：數學科 科目：高中數學

計算及證明題，共 10 題，每題 10 分，滿分 100 分。

(須寫出計算過程，否則不予計分。)

- 試證：一元二次方程式 $x^2 - 2007x + 2009 = 0$ 沒有整數解。
- 若 $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ (x 為實數)，試求 $f^{-1}(x)$ 。
- 已知多項函數 $f(x) = x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 4$ ，且 $f(1-i) = 0$ ，若存在實數 k 使得 $f(k) > 0$ ，求 k 的範圍。
- n 為自然數， $a > 0$ ， $b > 0$ ，試證： $\left(\frac{a+b}{2}\right)^n \leq \frac{a^n + b^n}{2}$ 。
- 設 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ，求 $\frac{3 + \sin x - \cos^2 x}{1 + \sin x}$ 的最小值。
- (1) 在坐標平面上，試繪 $y = |x^2 - 2|x||$ 之圖形。
(2) 當方程式 $|x^2 - 2|x|| = kx + 1$ 恰有 4 個相異實根時， k 值之範圍為？
- $a \in \mathbb{R}$ ，試就 a 值討論 $\begin{cases} ax + y + z = x + 1 \\ x + ay + z = y + 1 \\ x + y + az = z + 1 \end{cases}$ 三平面相交情形，並求其解。
- 求經過 $(-1, -2)$ ， $(0, 4)$ ， $(2, 1)$ ， $(4, -1)$ 之等軸雙曲線方程式。
- 袋中有 10 個白球， x 個紅球 ($x \geq 2$ ， $x \in \mathbb{N}$)，由袋中任取出 2 球，其恰為一白球、一紅球的機率為 $P(x)$ ，求 $P(x)$ 的最大值為何？
- 設 $\{A, B, C\}$ 為樣本空間 U 的一個分割， D 為任意事件，若 $P(D) > 0$ ， $P(A) > 0$ ， $P(B) > 0$ ， $P(C) > 0$ ，

試證： $P(A|D) = \frac{P(A)P(D|A)}{P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B) + P(C)P(D|C)}$ 。