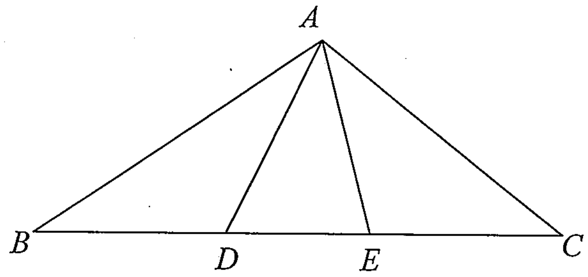
臺北市立華江高中 九十九學年度 教師甄選 試題

數學科　考生姓名：＿＿＿＿＿＿　准考證號碼：＿＿＿＿＿＿

(本試題共 1 頁，作答於答案卷，否則不予計分)

一、 填充題(每題 8 分，共 64 分)

1. 考慮所有的正實數 x，$\sqrt{(2-x)^2+(2+\log x)^2}-\sqrt{(12-x)^2+(1-\log x)^2}$ 的最大值為＿＿(1)＿＿。
2. 若正整數 n 的所有正因數之乘積等於 $2^{60}\times 3^{30}\times 5^{15}$，則 $n=$＿＿(2)＿＿。
3. 設實數 a,b,c,d,e,x,y,z,u,v 滿足 $ax+by+cz+du+ev=18$ 且 $av+bu+cz+dy+ex=36$。若 a,b,c,d,e 為等差數列，則 $(a+b+c+d+e)(x+y+z+u+v)$ 之值為＿＿(3)＿＿。
4. 將甲乙丙丁戊己六位轉學生隨意分到 A,B,C 三班，規定甲不能在 A 班、乙不能在 B 班，且甲乙兩人不能在同一班，則有＿＿(4)＿＿種不同的分法。
5. 若 ΔABC 的三中線長分別為 5、$\sqrt{52}$、$\sqrt{73}$，則 ΔABC 的面積等於＿＿(5)＿＿。
6. 若 $f(x)$ 是三次實係數多項式函數，滿足 $f(1)=2, f(2)=5, f(3)=10$，且其圖形上恰有一條水平切線，則 $f(4)$ 的可能值為＿＿(6)＿＿。
7. 假設 300 位學生參加數學測驗，其中有 12 位學生的成績達到 75 分。如果這 300 位學生的測驗分數呈常態分配，標準差為 8，則其平均數約為＿＿(7)＿＿分。
(註：標準常態分配 Z 的機率 $P(0<Z\le 1.75)\approx 0.46$)
8. 如圖所示，點 D, E 在 ΔABC 的邊 $\overline{BC}$ 上，滿足 $\angle BAD=\angle CAE$。若 $\overline{BD}=3, \overline{DE}=2, \overline{EC}=4$，則 $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ 之比值為＿＿(8)＿＿。



二、 計算證明題(第 1 題 15 分、第 2 題 21 分，共 36 分)

1. 平面上有 m 條相異的直線，共有 n 個交點，其中任意三條直線都不共點。若這 m 條直線將平面分割成 $f(m,n)$ 個區域，試求 $f(m,n)$ 的一般式，並證明你(妳)的答案。(15 分)

2. 設 $f(n)$ 表示將正整數 n 表成以下二進位形式的方法數：
$$n=a_0\cdot 2^0+a_1\cdot 2^1+a_2\cdot 2^2+a_3\cdot 2^3+\cdots\cdots$$，其中每一係數 $a_k\in\{0,1,2\}$，
例如 $f(4)=3$，這是因為 $n=4$ 恰有以下 3 種表示法：$4=1\cdot 2^2, 4=2\cdot 2^1, 4=2\cdot 2^0+1\cdot 2^1$。
(1) 試說明 n 為奇數時 $f(n)=f(\frac{n-1}{2})$ 成立，並求 $f(401)$ 之值。(15 分)
(2) 就試題評量的觀點，第(1)小題的命題方式略有不妥，請重新描述(或修飾)符合評量原則的試題。(6 分)

臺北市立華江高中 九十九學年度 教師甄選 數學科答案卷

考生姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿ 准考證號碼：＿＿＿＿＿＿＿＿

一、填充題答案：(每題 8 分，共 64 分)

題號	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
答案								

二、計算證明題答案：(第 1 題 15 分、第 2 題 21 分，共 36 分)

【試題 1】

【試題 2】

臺北市立華江高中 九十九學年度 教師甄選 數學科答案

一、填充題答案：

題號	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
答案	$\sqrt{109}$	720	135	243	24	$29\pm2\sqrt{33}$	61	$\dfrac{\sqrt{10}}{4}$