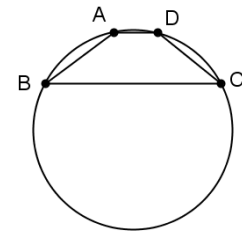


國立新竹女子高級中學 104 學年度第一學期第 1 次教師甄選數學科試題—測驗題部分

壹、填充題（第一部份每題 4 分，第二部份題每題 6 分）

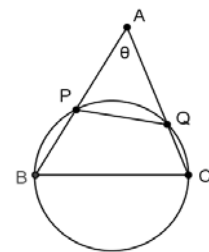
一、第一部份

1. 有 7,8,9,10,14 五個數，設 s_2 表任二數乘積的總和，設 s_3 表任三數乘積的總和，設 s_4 表任四數乘積的總和，則 $s_2 + s_3 + s_4$ 之值為_____。
2. 一副 52 張的撲克牌，點數有 A,2,3,...,K 各 4 張，經隨機洗牌後，求前二張有 A 或最後一張是 A 點的機率為_____。
3. 空間中有兩點 $A(5,5,2), B(3,-2,1)$ ，另有一直線 $L: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$ 。在直線 L 上找一點 P ，使得 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 的值最小，此時 P 點坐標為_____。
4. 設 $\tan \alpha, \tan \beta$ 為方程式 $x^2 + (2p-1)x + 4p^2 = 0$ 之二根，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \tan^k(\alpha + \beta)$ 之值存在，則 p 之範圍為_____。
5. 設實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 = 4$ 與 $(c-5)^2 + (d-12)^2 = 36$ ，若 $\left| \frac{a}{c} \frac{b}{d} \right|$ 的最大值為 M ， $(a-c)^2 + (b-d)^2$ 的最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ _____。
6. 圓心在 y 軸上，且與雙曲線 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 及直線 $y = 4$ 均相切的圓之半徑為_____。
7. 設 $2a + 2b + 2c + 2d = 11$ ， $2(a+b)(c+d) = 5$ ，則 $\log(a+b)^2 \log(c^2 - d^2) - \log(a+b) \log(c-d)^2$ 之值為_____。
(計算至小數第四位，第五位以下無條件捨去， $\log 2 = 0.301, \log 3 = 0.4771$)
8. 大圓內有一個內接等腰梯形 $ABCD$ ，上底為 $\overline{AD} = 2$ ， $ABCD$ 並有一個較小的內切圓，若小圓的半徑為 3，則大圓的半徑為_____。



9. 袋中有編號 1,2,3,...,n 的球各 1 個，今自袋中任取 3 球，令隨機變數 X 表所取出球中號碼之最大值，則 X 之期望值 $E(X) =$ _____。

10. 如右圖，銳角 $\triangle ABC$ 中，設 $\angle A = \theta$ ，若以 \overline{BC} 為直徑作圓，此圓交 \overline{AB} 於 P 點，交 \overline{AC} 於 Q 點，若四邊形 $PBCQ$ 的面積是 $\triangle APQ$ 的面積 t 倍，則 $\cos \theta =$ _____。



二、第二部份

11. 滿足 $x + y + z + w = xyzw$ 的正整數 x, y, z, w 解有_____組。
12. 將 AAABBCCD 共八個字母排成一列，同字母不相鄰的排列方法有_____種。

13. 多項式 $(1+x+x^2+\dots+x^{25})(1+x+x^2+\dots+x^{12})^2$ 展開式中， x^{24} 項的係數為_____。
14. 設 x, y, z, w 均為實數，且滿足 $x+y+z+w=8$ 及 $x^2+2y^2+3z^2+6w^2=50$ 。若 x 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M,m)=$ _____。
15. 設 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ ，若 $f(x)$ 之極大值為 A ， $f(x)$ 之極小值為 B ，且 $f(x)$ 的一階導函數 $f'(x)$ 之最小值為 C ，則 $A-B+C$ 之最小值為_____。
16. 正數 x, y 滿足 $ax+by \leq 1$ ，其中 $(\log a)^2+2\log b=1$ ，若 xy 之最大值為 M ，則 M 之最小值為_____。
17. 設拋物線 $y=x^2-3x$ 上任意相異兩點 A, B ，都不對稱於直線 $y=kx$ ，則 k 之最大值為_____。
18. 設實係數多項式 $f(x)$ 滿足 $x^2f(x)=\frac{3}{5}x^5+\frac{1}{2}ax^4-\frac{1}{3}x^3+2\int_0^x tf(t)dt$ ， $f(0)=0$ ，若曲線 $y=f(x)$ 與 x 軸所圍成的區域面積記為 $S(a)$ ，則 $S(a)$ 之最小值為_____。
19. 設雙曲線 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{2y^2}{a}=1$ 與拋物線 $x=y^2-a$ 圍成區域為 M ，其中 $a>0$ ，則由 M 繞 x 軸旋轉所得到的旋轉體之體積為_____。
20. 設 $A(0,0,2)$ ， P 為 xy 平面上圓 $C:x^2+y^2=1$ 上之動點，若直線 AP 與平面 $E:2y+z-1=0$ 交於 Q ，已知 Q 點在 xy 平面上投影之軌跡為拋物線 Γ ，則 Γ 頂點之空間坐標為_____。

國立新竹女子高級中學 104 學年度第一學期第 1 次教師甄選數學科—測驗題答案

※答案請勿以次方、!、C、P、H 等記號表示。

壹、填充題（第一部份每題 4 分，第二部份題每題 6 分）

一、第一部份

1. 48191	2. $\frac{1201}{5525}$	3. $P(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$	4. $0 < p \leq \frac{1}{6}$	5. (38,25)
6. $\frac{7}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$	7. -0.4207	8. $\frac{5\sqrt{34}}{3}$	9. $\frac{3(n+1)}{4}$	10. $\frac{1}{\sqrt{t+1}}$

二、第二部份

11. 12	12. 384	13. 169	14. (7,1)	15. $-\frac{1}{4}$
16. $\frac{1}{40}$	17. $\frac{1}{3}$	18. $\frac{1}{2}$	19. $\frac{14}{3}\pi a^2$	20. $(0, -\frac{1}{4}, 0)$