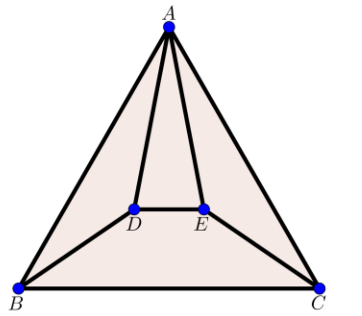
臺北市立建國高級中學 104 學年度第一次正式教師甄選數學科填充題試題與答案

1. 如圖，正三角形 ABC 中，已知 $\overline{AD}=\overline{AE}=2\sqrt{7}$，$\overline{DE}=2$，$\overline{DB}=\overline{EC}=4$，

   則正三角形 ABC 的邊長為 $\underline{5+\sqrt{13}}$。

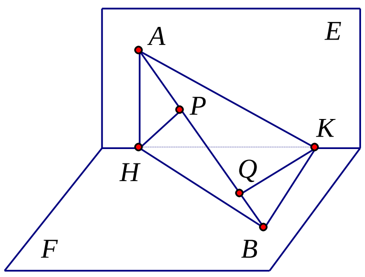


2. 設 a，b，c 均為複數且 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{a}$，則 $\dfrac{a+b+c}{a+b-c}$ 之值為 $\underline{0\text{ 或 }3}$。

3. 已知 $\{a_n\}$ 為每一項皆為正整數的數列，其中 $n=1,2,3,\cdots\cdots$，並且對於所有自然數 n 而言，皆有

   $a_{n+3}=a_{n+2}\left(a_{n+1}+2a_n\right)$，若 $a_6=2288$，試求數對 $(a_1,a_2)=\underline{(5,1)}$。

4. 已知平面 E 與平面 F 互相垂直且相交於直線 HK，點 A、B 分別在平面 E、F 上，使得 $\overline{AH}\perp\overline{HK}$，$\overline{BK}\perp\overline{HK}$，如圖所示。若 $\cos\angle BAK=\dfrac{2}{3}$，$\cos\angle ABH=\dfrac{7}{9}$，令半平面 ABK 與半平面 ABH 所成二面角之度量為 θ，則 $\cos\theta$ 之值為 $\underline{\dfrac{2\sqrt{10}}{7}}$。



5. 已知袋中有 2 個黑球和 3 個白球，今每次自袋中隨機取出 2 球(袋中所有球被取得的機會皆均等)，且將取得的黑球丟棄，白球放回袋中(即若取得二白球，則皆放回袋中；若取得一黑球一白球，則將黑球丟棄、白球放回袋中；若取得二黑球，則兩球皆丟棄)，在如此規則下取球三次，試問在第三次取得一黑球一白球之機率為 $\underline{\dfrac{147}{500}}$。

6. 已知自然數 n 滿足以下四個條件：
   (1) $1\le n\le 10^6$
   (2) n 之十進制表示法皆不含數字 1 且不含數字 8 且不含數字 9；
   (3) n 為 7, 11, 13 之公倍數；
   (4) n 不是 9 的倍數，

   試問這樣的自然數 n 共有 $\underline{304}$ 個。

7. 設 m、k 均為實數，已知函數 $y=f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+1}$ 的 3 個反曲點均在直線 $y=mx+k$ 上，則數對 $(m,k)=$ $\underline{(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4})}$。

8. 設 a,b 皆為正整數，若 a^2+3b 與 b^2+3a 都是完全平方數，則 $a+b$ 的最大值為<u>　27　　　</u>。

9. 某遊戲規則如下：甲生先從 $1,2,\cdots,50$ 這 50 個號碼任選 8 個不同的號碼。然後莊家再另從編號 $1,2,\cdots,50$ 的這 50 個號碼球中抽出號碼球，每次任取一球，但取後不放回。當莊家抽出的號碼球均有甲生所選的 8 個號碼時，此時遊戲結束。試問：當遊戲結束時，莊家抽出號碼球個數的期望值為 $\underline{\dfrac{136}{3}}$ 。