國立臺中女子高級中學104學年度第一次教師甄選數學科試題

壹、填充題（每題5分）

1、已知數列〈a_n〉對於任意正整數p，q，恆有$a_p+a_q=a_{p+q}$，若$a_1=13$，求$a_{2015}=$＿＿＿＿＿＿。

2、在ΔABC中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$D$為$\overline{AC}$的中點，且$\overline{BD}=\sqrt{3}$，若$\overline{AB}=k$時，$\Delta ABC$的面積有最大值$M$，
則數對$(k，M)=$＿＿＿＿＿＿。

3、四邊形$ABCD$中，$\overline{AB}=2\sqrt{2}$，$\overline{BC}=4$，$\overline{CD}=3$，$\angle B=45°$，$\angle C=90°$，點P在$\overline{AB}$上，點Q在$\overline{CD}$上，若$\overline{PQ}$平分四邊形$ABCD$的面積，則$\overline{PQ}$的最小值為＿＿＿＿＿＿。

4、骰子樂的遊戲規則如下：總共有三關，每關投擲兩顆公正的骰子，若點數和是3的倍數，則籌碼變成現有的$\frac{5}{4}$倍，並可繼續投擲；若點數和是7，則籌碼變成現有的$\frac{1}{2}$倍，並可繼續投擲；若點數和不是3的倍數且點數和不是7，則獎金歸零並停止投擲。已知參賽者一開始有100萬的籌碼，若順利經過三關後，則可依上述的遊戲規則獲得等值的獎金。請問第三關結束後，獲得獎金之期望值為＿＿＿＿＿＿元

5、有一邊長為$2\sqrt{2}$的正方形$ABCD$。今沿著它的對角線$\overline{AC}$摺起，使平面ABC與平面ACD互相垂直，
則直線AB與直線CD間的公垂線段長（亦即此兩直線間的距離）為＿＿＿＿＿＿。

6、已知$f(x)$為多項式函數，$f(0)=1$，若$g(x)=x^{2015}+2015x$，且對實數x，y恆有$f(x+y)=f(x)+g(y)$，
則$\int_{-1}^{1}f(x)dx=$＿＿＿＿＿＿。

7、已知c為一實數，使方程式$4x^3-24x^2+(47+c)x-(33+3c)=0$恰好有一實根，求$c$值的範圍為＿＿＿＿＿＿。

8、試求$(x-3-2\sin y)^2+(x^2-2\cos y)^2$的最小值＿＿＿＿＿＿。

9、設$\frac{7}{3}\le x\le\frac{9}{2}, f(x)=\sqrt{3x-7}+2\sqrt{9-2x}$，則$f(x)$最大值為＿＿＿＿＿＿。

10、今有20枝相同的筆要全部分給A，B，C，D四人，每人至少分得一枝，若僅考慮四人所獲得筆的數量，則A獲得的數量大於B獲得的數量之分法有＿＿＿＿＿＿種。

11、設(x,y)為圓$(x-2)^2+(y-1)^2=5$上一動點，且(x,y)非原點，則所有複數點$z=\frac{20}{x+yi}$的軌跡方程式
為＿＿＿＿＿＿。

12、設數列 $a_n=\sqrt[3]{n^2+2n+1}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{n^2-2n+1}$，$S_{n+1}=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_5}+\cdots+\frac{1}{a_{2n+1}}$，

求 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}\left(\frac{1}{S_{n+1}}+\frac{1}{S_{n+2}}+\frac{1}{S_{n+3}}+\cdots\cdots+\frac{1}{S_{2n}}\right)=$ ________。

13、若 $0\le x<8,0\le y<6$，則在空間中，$[x]+[y]+[2z]=8$ 的圖形體積為________。([ ]為高斯符號)

14、設 $O(0,0)$，$L:x-3=0$，已知 Γ 上動點 P 滿足 $\overline{OP}=2d(P;L)$，若平面上一點 $A(-4,2)$，

則 $2\overline{PA}+\overline{PO}$ 的最小值為________。

15、設多項式 $f(x)=x^7+a_6x^6+a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，其中 $a_6,a_5,a_4,a_3,a_2,a_1,a_0$ 是集合 $\{1,2,3,4,\cdots,10\}$ 中的七個相異元素，若 x^3+x^2+x+1 是多項式 $f(x)$ 的因式，試問有________個滿足條件的多項式 $f(x)$。

16、試求 $\sin^2(2015)+\sin^2(2015+\frac{\pi}{2014})+\sin^2(2015+\frac{2\pi}{2014})+\cdots\cdots+\sin^2(2015+\frac{2013}{2014}\pi)$ 之值為________。

國立臺中女子高級中學104學年度第一學期教師甄選　數學科答案卷

說明：1.作答時，請將答案填入正確格子中。　2.答案卷背面請勿作答或當草稿紙使用。

壹、填充題（每題5分，共80分）

1. 26195	2. $(\frac{2\sqrt{15}}{3},2)$	3. $3\sqrt{2\sqrt{2}-2}$	4. 125000
5. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$	6. 2	7. $c>-2$	8. $9-4\sqrt{5}$
9. $\sqrt{\frac{143}{6}}$	10. 444	11. $2x-y-10=0$	12. $\frac{3}{2}\left(2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}\right)$
13. 19	14. 14	15. 288	16. 1007

國立台中女子高級中學
教務處