

高雄女中 103 學年度第二學期第一次段考一年級數學科試題

測驗日期	得 分
月 日	

一、填充題：

1. 設有限數列  $\langle -4, x, 12, y \rangle$ ，其中前三項為等差數列，後三項為等比數列，求  $x+y$  之值為\_\_\_\_\_。

解：

2. 設一有限數列是由 200 到 800 中能被 13 除後餘 5 的正整數，依小而大的順序排列而成，則這數列的首項 =  $a$ 、末項 =  $b$ 、第 11 項 =  $c$  與項數 =  $d$ ，求  $\frac{c+d}{a+b}$  之值為\_\_\_\_\_。

解：

3. 在右邊的每個空格中填入一個正數，使每一列方格中的數成等差數列，每一行方格中的數成等比數列，求  $x+y+z+10=_____$ 。

解：

1			3	
		1		
$\frac{1}{4}$		$x$		
			$y$	
				$z$

4. 附表中，各行與各列均成等差，試求第 12 行第 12 列的數字表示為\_\_\_\_\_。

解：

3	5	7	9	11	13	15	17	19	...
4	7	10	13	16	19	22	25	28	...
5	9	13	17	21	25	29	33	37	...
6	11	16	21	26	31	36	41	46	...
7	13	19	25	31	37	43	49	55	...
8	15	22	29	36	43	50	57	64	...
9	17	25	33	41	49	57	65	73	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

5. 有限數列  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ，定義  $A$  的 *Cesaro* 和為  $\frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{n}$ ，其中

$s_k = a_1 + a_2 + \dots + a_k$ ，若 99 項  $\{a_1, a_2, \dots, a_{99}\}$  的 *Cesaro* 和為 1000，求 100 項

$\{12, a_1, a_2, \dots, a_{99}\}$  的 *Cesaro* 和 = \_\_\_\_\_。

解：

6. 有一數列  $\langle a_n \rangle$ ，其前  $n$  項和  $S_n = n^2 + 2n$ ，試求：

(1)  $a_{10}$  之值 = \_\_\_\_\_。

(2)  $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k \cdot a_{k+1}}$  之值 = \_\_\_\_\_。

解：

7. 假設世界人口自 1980 年起，50 年內每年增加率固定，已知 1987 年世界人口達 50 億，1999 年第 60 億人口誕生於賽拉耶佛。根據這些資料推測 2023 年世界人口最接近哪一個數？\_\_\_\_\_。

(A) 75 億                      (B) 80 億                      (C) 86 億                      (D) 92 億                      (E) 100 億

解：

8. 某次網球比賽共有 128 位選手參加，採單淘汰制，每輪淘汰一半的選手，剩下一半的選手進入下一輪。在第一輪淘汰的選手可獲得 1 萬元，在第二輪淘汰的選手可獲得 2 萬元，在第  $k$  輪淘汰的選手可獲得  $2^k - 1$  萬元，而冠軍可獲得 128 萬元，試問全部的比賽獎金共\_\_\_\_\_萬元。

解：

9. 黑店義大利麵餐廳的菜單如右：客人需從麵、主菜、醬汁中各選一種搭配成自己喜愛的口味。店家建議：螺旋麵不要搭配紅醬；培根不要搭配青醬，若依照店家的建議，則有\_\_\_\_\_種不同的搭配方法。

麵	主菜	醬汁
寬扁麵	培根	番茄紅醬
筆尖麵	蛤蠣	羅勒青醬
螺旋麵	鮭魚	奶油白醬
	燻雞	

解：

10. 一位刑警想從三個嫌犯中找出真正的罪犯，三嫌犯的供詞如下：

甲說：【我沒犯罪，乙也沒犯罪】；乙說：【我沒犯罪，丙也沒犯罪】；丙說：【我沒犯罪，我也不知道誰犯罪】，已知恰一人是罪犯且三嫌犯的供詞中都是一句真話、一句假話，試問罪犯是\_\_\_\_\_。

解：

11. 設集合  $A = \{a, b, c\}$ ， $B = \{a+2, 4, 7\}$ ，則滿足  $A=B$  的所有有序數組  $(a, b, c)$  共有\_\_\_\_\_組。

解：

## 二、證明題：

1. 將一個 4 公分×4 公分的正方形紙片，挖去正中央 2 公分×2 公分的小正方形，我們稱它為「邊長為 4 的中空正方形」(如圖一)，設我們用  $n$  個「邊長為 4 的中空正方形」重疊拼成長條形(如圖二)，若此長條形的面積為  $a_n$ ，試求：

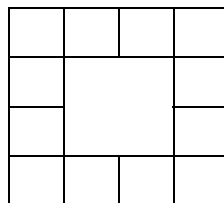
(1)  $a_1 =$  \_\_\_\_\_， $a_2 =$  \_\_\_\_\_， $a_3 =$  \_\_\_\_\_。

(2) 推測  $a_{n+1}$  與  $a_n$  的關係：\_\_\_\_\_。

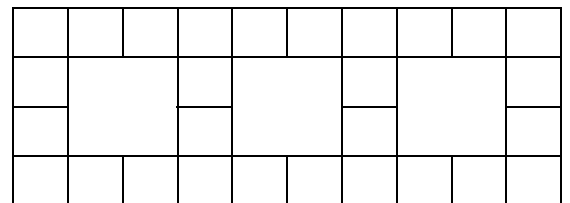
(3)  $a_n =$  \_\_\_\_\_。(以  $n$  的關係式表示)

(4) 用 30 個「邊長為 4 的中空正方形」重疊拼成長條形，則此長條形的面積為\_\_\_\_\_。

解：



(圖一)



(圖二)

2. 對於每一個自然數  $n$ ， $7^{2n-1} + 4^{4n-2}$  恆可被質數  $P$  整除，試猜測  $P$  值並證明你的答案\_\_\_\_\_。

解：

### 標準解答

一、填充題：

1. 40

2.  $\frac{377}{998}$

3. 11

4. 157

5. 1002

6. (1) 21

(2)  $\frac{10}{69}$

7. (C)

8. 576

9. 29

10. 乙

11. 4

二、證明題：

1. (1)  $a_1 = 12$ ， $a_2 = 20$ ， $a_3 = 28$

(2)  $a_n + 8$

(3)  $8n + 4$

(4) 244

2.  $P = 23$ ；略