

大學入學考試中心  
研究用試卷

數學考科(三)

—作答注意事項—

考試時間：60 分鐘

作答方式：

- 選擇題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。
- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

本試卷之著作權屬於  
財團法人大學入學考試中心基金會

本試卷(含參考答案)預定於102年5月15日  
公布在大考中心網站 <http://www.ceec.edu.tw>

**壹、單選題(10分)**

說明：第1題有5個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。答對得10分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，以零分計算。

1. 有 5 個紅包袋，其中 3 個各裝 100 元， 2 個各裝 500 元。由甲、乙、丙三人依序各抽取 1 個紅包袋，抽取後不放回。若每個紅包袋被取出的機會都相等，則在甲和乙抽到的紅包金額相同的情況下，丙抽到 100 元紅包之條件機率為下列哪一個選項？

(1)  $\frac{2}{3}$

(2)  $\frac{3}{5}$

(3)  $\frac{7}{12}$

(4)  $\frac{1}{2}$

(5)  $\frac{1}{3}$

**貳、多選題(10分)**

說明：第2題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各選項獨立判定，所有選項均答對者，得10分；答錯1個選項者，得6分；答錯2個選項者，得2分；所有選項均未作答或答錯多於2個選項者，以零分計算。

2. 令  $P(X)$  表事件  $X$  發生的機率。若  $A$ 、 $B$  為兩事件，請選出正確的選項。

(1)  $0 \leq P(A) \leq 1$

(2)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(3)  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

(4) 若  $A \subseteq B$ ，則  $P(A) \leq P(B)$

(5) 若  $P(A) \leq P(B)$ ，則  $A \subseteq B$

參、非選擇題(共 80 分)

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、(3)、(4)、(5)），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分為10分。

一、圖一為曼哈頓某一區的地圖。由於紐約曼哈頓地區街道大部分是由水平和鉛直路線形成，當地計程車司機談論兩地點的距離，不是指此兩地間的直線距離，而是指兩地水平位移距離和鉛直位移距離之和，此稱為曼哈頓距離。例如  $A$  點的坐標為  $(100,700)$ ， $B$  點的坐標為  $(300,-200)$ ，則  $A$ 、 $B$  兩點的曼哈頓距離為  $|300-100|+|-200-700|=200+900=1100$ 。



圖一

問題(1)：

估計圖一上  $O$ 、 $P$  兩地點的曼哈頓距離。並且判斷計程車分別行駛  $L_1$ 、 $L_2$  這兩條路徑所走的距離，是否為  $O$ 、 $P$  兩地點的曼哈頓距離。

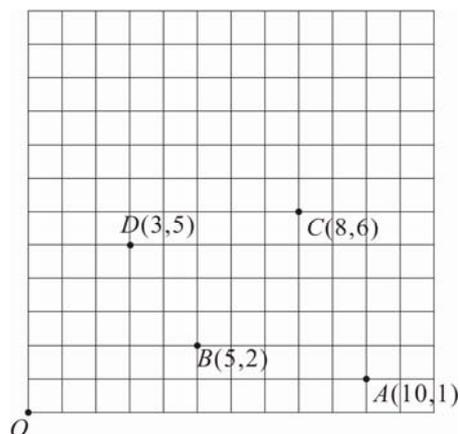
問題(2)：在圖二，已知  $Q$ 、 $X$  兩點的曼哈頓距離為 1400 公尺。請問  $Q_1, \dots, Q_{10}$  中，有哪些點和  $X$  的曼哈頓距離也是 1400 公尺？請說明理由。



圖二

問題(3)：承上題，在那些與  $X$  的曼哈頓距離是 1400 公尺的點中（含  $Q$  點），請問哪一點和  $X$  的直線距離最短？

問題(4)：在圖三中，計程車司機從  $O$  出發，依序到  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  再回到  $O$ 。如果司機在兩點間行駛的距離皆為曼哈頓距離，請問行駛此路徑的距離為何？



圖三

問題(5)：承上題，司機從  $O$  出發，要經過  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  這四點（但順序不拘），再回到  $O$ 。請選出一個比上題中所選路徑的距離更短的路徑順序。

二、設  $U$  為坐標平面上滿足聯立不等式  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \end{cases}$  的區域。現在將  $U$  分割成（互不重

疊且聯集為  $U$  的）三塊區域  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 。如果分割方式滿足下列三項規則，稱之為「亞羅分割」：

對稱規則：若  $(x, y) \in A$ ，則  $(y, x) \in B$ ；反之，若  $(x, y) \in B$ ，則  $(y, x) \in A$ 。

端點規則： $(1, 0) \in A$ 。

單調規則：設  $(x, y), (x', y) \in U$  且  $x' > x$ 。若  $(x, y) \in A$ ，則  $(x', y) \in A$ ；而若  $(x, y) \in C$ ，則  $(x', y) \in A \cup C$ 。

問題（1）：請在坐標平面上標示區域  $U$ 。

問題（2）：請證明在一個「亞羅分割」中， $A, B, C$  皆不是空集合。

問題（3）：如果在  $U$  上面規定： $x > y$  且  $x + y > 0.5$  的部份為區域  $A$ ； $x < y$  且  $x + y > 0.5$  的部份為區域  $B$ ；其餘的部分為區域  $C$ 。請說明此分割方式是否為「亞羅分割」。

## 問卷

各位同學：

首先非常感謝你們協助此次的研究計劃進行。此次試題主要是了解我國目前高中生對有關數學資料的閱讀及理解的能力，作為未來命題研究的參考。請你幫我們填寫此份問卷。

大學入學考試中心 數學科研究小組敬上

3. 你覺得非選擇題第一題較一般的非選擇題，難度較（單選）
  - (1) 高
  - (2) 差不多
  - (3) 低（請跳答第 5 題）
  
4. 你覺得難度較一般的試題高的原因是（可多選，做完請跳答第 6 題）
  - (1) 敘述太過冗長
  - (2) 敘述不夠清楚
  - (3) 文章內容太多贅字，閱讀很吃力
  - (4) 其他
  
5. 你覺得難度較往年的試題低的原因是（可多選）
  - (1) 情境敘述清楚，容易融入
  - (2) 文字敘述內容易於了解
  - (3) 文章之引導文句敘述清楚
  - (4) 其他
  
6. 你覺得作答時間二十分鐘是否足夠（單選）
  - (1) 非常足夠，有時間可檢查
  - (2) 足夠，剛好做完
  - (3) 不夠，只能作答一半
  - (4) 不夠，只能讀完整題題目，沒有時間作答

### 7-10 題 以下的句子能描述您自己的程度：

7. 我偏愛有明確對、錯答案的學習（單選）

(1)非常像我	(2)有點像我	(3)不太像我	(4)很不像我
---------	---------	---------	---------
  
8. 我喜歡閱讀與教科書不相干的課外書籍（單選）

(1)非常像我	(2)有點像我	(3)不太像我	(4)很不像我
---------	---------	---------	---------
  
9. 我喜歡讓我用自己的方法去解決問題（單選）

(1)非常像我	(2)有點像我	(3)不太像我	(4)很不像我
---------	---------	---------	---------
  
10. 我是一個勇於冒險的人（單選）

(1)非常像我	(2)有點像我	(3)不太像我	(4)很不像我
---------	---------	---------	---------
  
11. 你的性別是（單選）

(1) 男	(2)女
-------	------