臺北市立松山家商103學年度第2次教師甄選初試

數學科 試題卷

一、填充題(每題 8 分)：

1. 方程式$|x+1|+|2x-3|=4$的解為____________。

2. 設橢圓$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{k}=1$，長軸在 x 軸上，E，F 為其兩焦點，$\overline{AB}$為過 E 的正焦弦，若$\triangle ABF$ 為正三角形，則 $k=$____________。

3. 籤筒中有 8 支竹籤，其中三支有獎．甲、乙、丙三人依序各抽一支，取出的竹籤不再放回籤筒中．若已知丙抽到中獎，則甲、乙二人至少有一人中獎的機率為____________。

4. 一扇形中心角為$\frac{2\pi}{3}$，若其內切圓與此扇形的面積比為 1：a，則 $a=$____________。

5. 方程式 $3(9^x+9^{-x})-10(3^x+3^{-x})+14=0$ 的解為____________。

6. $\triangle ABC$ 中，$A(4,0,0)$，$B(0,4,0)$，$C(0,0,4)$，M 為 $\overline{BC}$ 中點，今將 C 點沿 $\overline{AM}$ 對折至 C'點使 $\overline{BC'}=2\sqrt{2}$，則 C'點坐標為____________。

7. 設兩組數據 x,y. 若依最小平方法，y 對 x 的迴歸直線為 $y=6+\frac{3}{5}x$. 今 $x'=-\frac{1}{2}x+10$，$y'=\frac{1}{6}y-1$，則 y'對 x'的迴歸直線為____________。

8. 假設 p、q 均為正數，滿足$\log_9 p=\log_{12} q=\log_{16}(p+q)$，則$\frac{q}{p}=$____________。

9. 複數 z 滿足 $z+|z|=2+8i$，則$|z|^2=$____________。

10. 試求滿足不等式$\sqrt{x}-\sqrt{x-1}<0.01$的最小正整數 $x=$____________。

二、計算證明題(每題 10 分)：

1. 自 0，1，2，3，…，9 之間任選三個數字 a_1，a_2，a_3，組成格子點(a_1,a_2,a_3)，則
   (1)任意的 a_1，a_2，a_3（可相同）有____________個格子點．
   (2)a_1，a_2，a_3 均相異有____________個格子點．
   (3)$a_1<a_2<a_3$ 有____________個格子點．
   (4)$a_1\le a_2\le a_3$ 有____________個格子點．
   (5)$a_1<a_2\le a_3$ 有____________個格子點．

2. 已知凸四邊形 $ABCD$ 四邊 $\overline{DA}=a$，$\overline{AB}=b$，$\overline{BC}=c$，$\overline{CD}=d$，若 $ABCD$ 的面積為 S，則試證明：$S\le\frac{(a+c)}{2}\times\frac{(b+d)}{2}$，且此不等式等號成立時四邊形 $ABCD$ 為長方形．

【參考答案】

一、填充題(每題 8 分)：

1.	0 或 2
2.	$\frac{32}{3}$
3.	$\frac{11}{21}$
4.	$\frac{7+4\sqrt{3}}{9}$
5.	0
6.	$\left(\sqrt{2},3+\sqrt{2},1+\sqrt{2}\right)\vee\left(-\sqrt{2},3-\sqrt{2},1-\sqrt{2}\right)$
7.	$y=\frac{1}{5}x+2$
8.	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
9.	289
10.	2501

二、計算證明題(每題 10 分)：

1. (1) 1000
   (2) 720
   (3) 120
   (4) 220
   (5) 165

2. 略