

高雄市 103 學年度市立高級中等學校聯合教師甄選

數學科試題卷

【答案一律寫在答案本上】

一、計算題：一律詳列過程；1~5 每題 6 分，6~15 每題 7 分

1. 設 $a < b$ 為相異實數，滿足 $\frac{a}{2b} + \frac{a+5b}{b+5a} = 2$ ，則 $\frac{a}{b} =$ _____。

2. 解 $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 30 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 118 \end{cases}$: _____。

3. 設 $f(x) = x^{81} + x^{49} + x^{25} + x^9 + x + 3$ 除以 $x^3 - x$ 的餘式為_____。

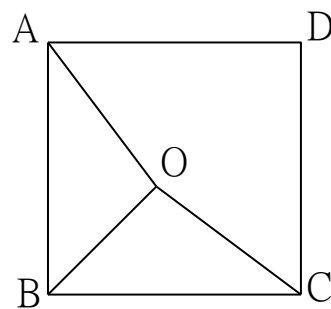
4. 某佛寺的籤筒中，有籤若干支，其中有 $\frac{2}{3}$ 是紅色， $\frac{1}{3}$ 是金色，而紅色籤中有 $\frac{1}{4}$

的籤是「大吉」，金色籤中有 $\frac{1}{3}$ 的籤是「大吉」，今從籤筒中隨機地抽出一支

籤，發現是「大吉」，則抽出的籤是金色籤的機率為_____。

5. 如圖，已知 $ABCD$ 為正方形，已知 $\overline{OA} = \sqrt{3}$ ， $\overline{OB} = 1$ ， $\overline{OC} = \sqrt{2}$

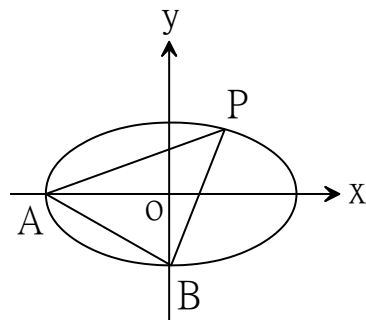
試求正方形 $ABCD$ 的面積為_____。



6. 如圖， A 、 B 為橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 之兩頂點，

其中 a 、 b 皆為正數。若 P 為第一象限的橢圓弧上之一點，

則 $\triangle ABP$ 最大的面積為_____。



7. 設 P 是拋物線 $\Gamma: y^2 = 4x$ 外之一點，已知過 P 點有二直線與 Γ 相切，其斜率分

別為 2 與 -3 ，則斜率為 2 的切線方程式為_____。

8. 試計算定積分 $\int_{-1}^1 \left| \sqrt{1-x^2} - (1+x) \right| dx$ 的值為_____。

9. 已知 $|\log x| = ax + b$ 有三個實根，其比為 $1:2:3$ ，試求 a 、 b 之值_____。

10. 設 $x, y \in \mathfrak{R}$ ，求 $\frac{x+2y+3}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$ 之最大值_____。

11. 設 $m < 0$ ，且直線 $y = mx + 1$ 交拋物線 $y^2 = 4x$ 之弦長為 8，求 m 之值_____。

12. 設 $x \in \mathfrak{R}$ ， $f(x) = \frac{3 - \sin x}{2 + \cos x}$ ，試求 $f(x)$ 之最大值_____。

13. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a 、 b 、 c ，且 a 、 b 、 c 為方程式 $x^3 - 3\sqrt{5}x^2 + 14x - 4\sqrt{5} = 0$ 的三根，求 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑？_____。

14. 設 F_1 、 F_2 為橢圓的兩焦點， P 、 Q 為橢圓上兩點，且 F_2 、 F_1 、 Q 三點共線， $\overline{F_1Q} = 3$ ， $\overline{F_2Q} = 7$ ，令 $\overline{PF_1} = r$ ， $\angle PF_1Q = \theta$ ，若 $r = \frac{x}{y + 2\cos\theta}$ ，試求數對 $(x, y) =$ _____。

15. 設 $f(x)$ 為一個三次多項式函數，且 $y = f(x)$ 的圖形與直線 $y = \frac{32}{27}$ 切於點 $\left(\frac{5}{3}, \frac{32}{27}\right)$ ，與 x 軸切於 $(3, 0)$ 試求圖形 $y = f(x)$ 與 x 軸所圍成區域的面積_____。