

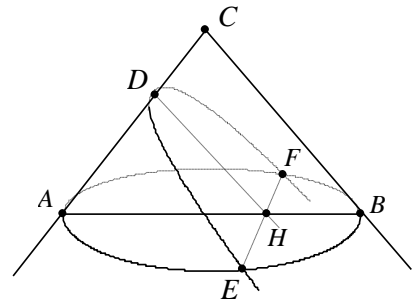
國立竹北高中 103 學年度第 1 學期第 1 次教師甄選 數學科試題

※ 填充題

(答對題數 1~10 題者，每題 7 分；答對題數 11 題以上者，每題 6 分)

1. 甲、乙各自任意寫出一個二位數，若甲寫的數比乙寫的數大，且甲的個位數大於乙的個位數，則所有可能的情形有_____種。
2. 一袋中有 4 紅球、5 白球、6 黑球，今自袋中每次取出一球後不放回，直到所有球全部取出為止，試問黑球較紅球及白球先取完的機率為_____。

3. 如右圖，有一圓錐 $C-AB$ ，其頂點為點 C ，底圓一直徑為 \overline{AB} ， $\overline{CA}=\overline{CB}$ 。今在 \overline{CA} 上取一點 D ，過 D 作 $\overline{DH}\parallel\overline{CB}$ 交 \overline{AB} 於 H ；又過點 H 作 $\overline{EF}\perp\overline{AB}$ 交底圓於點 E 、 F ，若 $\overline{CD}=12$ ， $\cos\angle ACB=\frac{-1}{3}$ ，則平面 DEF 在圓錐 $C-AB$ 之側錐面上所截得之拋物線的正焦弦長為_____。



4. 在以 O 為原點的直角坐標平面上，區域 D 由不等式組
$$\begin{cases} 4x - y \leq 7 \\ 3x - 4y \geq -11 \\ x + 3y \geq 5 \end{cases}$$
 所決定，

若 $M(x, y)$ 為 D 上的動點，點 A 的坐標為 $(4, 3)$ ，

則 $z = \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA}$ 的最大值為_____。

5. 設 $\triangle ABC$ 是邊長為 8 的正三角形， Q 為 \overline{BC} 邊的中點。若 P 在 \overline{AC} 邊上移動，求 \overline{PB} 與 \overline{PQ} 兩線段長之和的最小值_____。

6. 求極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} (1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}})$ 之值_____。

7. 設直線 $\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ x+2y+z-2=0 \end{cases}$ ，在平面 $E:5x-y-2z=8$ 上之正射影為直線 $L: \frac{x-1}{5} = \frac{y-p}{m} = \frac{z-q}{n}$ ，求 $p+q+m+n$ 之值_____。
8. 設曲線 $y=x^3-3x^2$ 及一點 $P(1,14)$ ，過 P 作此曲線之切線，求此切線與曲線所圍區域面積_____。
9. 設 n 個數值： $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的算術平均數為 10，標準差為 2，則 $-2x_1^2+3, -2x_2^2+3, \dots, -2x_n^2+3$ 的算術平均數為_____。
10. 設 $0 \leq x \leq 4\pi$ ，則方程式 $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 0.7$ 的所有實根和為_____。
11. 設 a 為實數，若空間中三直線 $L_1: \begin{cases} x+ay=1 \\ 2y+az=0 \end{cases}$ ， $L_2: \begin{cases} 2y+az=0 \\ ax+4z=1 \end{cases}$ ， $L_3: \begin{cases} ax+4z=1 \\ x+ay=1 \end{cases}$ ，沒有共同交點，則 $a =$ _____。
12. 設 x 的函數 $f(x) = \int_x^{x+1} (t)(t-1)(t+1)dt$ ，當 $x \leq 0$ 時， $f(x)$ 的最大值 = _____。
13. 已知方程式 $x^4+3x^3+x^2-5x-12=0$ 其中有兩根的乘積等於 -4 ，試解此方程式_____。
14. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a, b, c ，且 a, b, c 為方程式 $x^3-14x^2+62x-88=0$ 的三根，求 $\triangle ABC$ 的面積為_____。
15. 若將 n 個球任意分配到三個箱中，求分配後空箱子個數的期望值為_____。