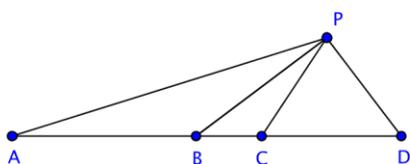


國立臺灣師大附中 103 學年度教師甄試數學科筆試 (題目卷)

二、計算證明題 (每題 10 分，共 20 分)

- 若 $C_0^{103} + C_3^{103} + C_6^{103} + \cdots + C_{102}^{103} = \frac{b^c + d}{a}$ ，且 a, b, c, d 為兩兩互質的正整數，求有序數組 $(a, b, c, d) = ?$
- 如圖， A, B, C, D 四點共線 L ， P 為直線 L 外一點，且 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DC}}$ 。

證明：「 \overline{PB} 為 $\angle APC$ 的角平分線」之充要條件為「 $\angle BPD = 90^\circ$ 」。



三、錯解辨正題 (每題 10 分，共 20 分)：指出下列問題中，學生解錯的原因，並給出正確的解法。

- 問題：已知 $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ ，求 $\sin x + \frac{4}{\sin x}$ 的最小值？

錯解：因為 $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ ，所以 $\sin x \geq 0$ ，由算幾不等式得 $\frac{\sin x + \frac{4}{\sin x}}{2} \geq \sqrt{\sin x \cdot \frac{4}{\sin x}} = 2$ ，

即 $\sin x + \frac{4}{\sin x} \geq 4$ ，故 $\sin x + \frac{4}{\sin x}$ 的最小值為 4。

- 問題：求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{k^2} = ?$

錯解：作區間 $[0, 1]$ 的 n 等分割，則 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{k^2} = \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx = \left. \frac{-1}{x} \right|_0^1$ ，故極限不存在。