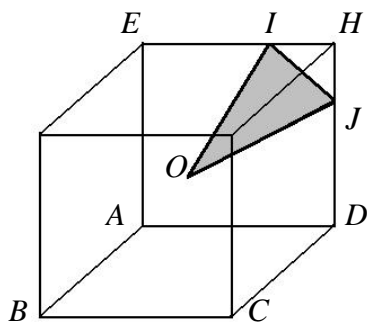


國立中央大學附屬中壢高級中學 103 學年度第 1 次教師甄選

數學科筆試題目卷

一、填充題：(每題 6 分，共 12 題，共 72 分，答案務必寫在「答案卷」上的答案欄中。)

1. 在 1 到 100 之間的正整數 n 中，使得 $n^2 + 7$ 與 $n+4$ 不互質的 n 有_____個。
2. 設 $f(x) = 2x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 6x + 10$ ，則 $f(96) \div 193$ 的餘數為_____。
3. 設 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ， $-4 \leq x \leq 1$ 。求合成函數 $f(f(f(x)))$ 之最大值為_____。
4. 設 $ABCD$ 為矩形， $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = 2$ ， P 為射線 \overrightarrow{BD} 上一點，使 $\tan(\angle APC) = \frac{1}{3}$ ，求 \overline{PD} 長為_____。
5. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{BC} = 4$ ， $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ ，求 \overline{AC} 長為_____。
6. 求 $\log_{(x+y+1)} \sqrt{1-x^2} \geq \log_{(x+y+1)} y$ 的圖形面積為_____。
7. 求無窮級數 $\frac{3 \times 1}{2^4} + \frac{4 \times 2}{2^6} + \frac{5 \times 3}{2^8} + \frac{6 \times 4}{2^{10}} + \dots$ 之值為_____。
8. 空間中四點 $O(0,0,0)$ ， $A_1(3,-1,2)$ ， $B_1(1,2,3)$ ， $C_1(-2,-1,3)$ 形成四面體 $O-A_1B_1C_1$ ，若 A_{k+1} 為 $\triangle OA_k B_k$ 之重心， B_{k+1} 為 $\triangle OB_k C_k$ 之重心， C_{k+1} 為 $\triangle OC_k A_k$ 之重心，形成四面體 $O-A_{k+1}B_{k+1}C_{k+1}$ ， $k=1,2,3,\dots$ ，求四面體 $O-A_1B_1C_1$ 、 $O-A_2B_2C_2$ 、 $O-A_3B_3C_3$ 、... 體積之總和為_____。
9. 如下圖， $ABCD-EFGH$ 為一正立方體，各邊長為 3， O 為正立方體的中心，且 $\overline{EI} : \overline{IH} = 2:1$ ， $\overline{DJ} : \overline{JH} = 2:1$ ，求「 O, I, J 三點所決定之平面」與「正立方體」所截的截面面積為_____。



10. 甲乙丙丁戊己共六人排成一列，其中甲不排在第 1、2 位，乙不排在第 2、3 位，丙不排在第 1、3 位，且丁戊不相鄰的排列數有_____種。

請翻閱次頁繼續作答

11. 若實數 x 滿足 $(\log x)^2 - [\log x] - 3 = 0$ ，則 $x =$ _____。

12. 設兩數列 a_1, a_2, \dots, a_{100} 及 b_1, b_2, \dots, b_{100} 滿足 $\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n - 2b_{n+1} \\ b_{n+1} = a_{n+1} - 3b_n \end{cases}, n = 1, 2, \dots, 99$ 。已知 $a_{99} = 3^{50}$ ， $b_{100} = 4 \cdot 3^{49}$ 。

試求 $\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} =$ _____。

二、計算題：(每題 14 分，共 2 題，共 28 分。作答答案務必依題號寫在答案卷上，作答時不必抄題，**第 1 題於第 2 頁作答，第 2 題於第 3 頁作答**，作答未依此規則者不予計分。)

第 1 題 設 a, b 為正整數，滿足 $a+2b+ab=30$ ，則 ab 最大值為何？

第 2 題 $\sqrt{\frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 34} + \sqrt{\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1}$ 的最小值為？

試題結束

註：試題後尚有兩頁空白計算紙。