

一、填充題（每格 9 分，共 54 分）

1. 設複數 $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$, $u = \cos \beta + i \sin \beta$, 且 $z + u = \frac{6+8i}{13}$ 。若 O 為複數平面上的原點，而 z, u 在複數平面上的對應點分別為 A, B , 則 $\triangle AOB$ 面積為_____。

$$Ans: \frac{60}{169}$$

2. 設 $x, y \in R, x \neq 0$, 則函數 $f(x, y) = (x+y)^2 + (\frac{1}{x} - y)^2$ 的最小值是_____。

$$Ans: 2$$

3. 設矩陣 $A(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, $B(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$, 則

$$A(10^\circ)B(20^\circ)A(30^\circ)B(40^\circ)A(50^\circ)B(60^\circ)A(70^\circ)B(80^\circ)A(90^\circ) = \text{_____}。$$

$$Ans: A(10^\circ) = \begin{bmatrix} \cos 10^\circ & -\sin 10^\circ \\ \sin 10^\circ & \cos 10^\circ \end{bmatrix}$$

4. 象棋實力相當的甲、乙、丙三棋手欲舉辦棋賽，規則如下：每次由兩人比賽，沒有和局，勝出者再和另一人重新比賽，直到有人能夠連勝 2 局才算獲勝。若由甲、乙兩人開始比賽，則甲獲勝的機率為_____。

$$Ans: \frac{5}{14}$$

5. 設 $f(x)$ 和 $g(x)$ 皆為實係數二次多項式且領導係數都是 1, 已知 $(f(x))^2$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $4x-4$, $(g(x))^2$ 除以 $f(x)$ 的餘式為 $-4x-4$, 則 $f(x) - g(x) = \text{_____}$ 。

$$Ans: 2x$$

6. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$, 其中 $a \geq 0, b \geq 0$, 且 $f(x) = 0$ 有三實根, 則 $f(2)$ 的最小值為_____。

$$Ans: 27$$