

國立中壢高級中學九十九學年度第一學期第一次教師甄選 數學科筆試題目卷

一、填充題：(每題 8 分，共 48 分)

1. 方程式 $[\log x] = (\log x)^2 - 2$ 的實根個數共有幾個_____ (註：[] 為高斯符號)

2. 在測量溶液的酸鹼值時，是以 PH 值來代表溶液的酸鹼情形，其關係為：

$$\text{PH 值} = -\log[H^+], \text{ (其中 } [H^+] \text{ 代表氫離子在該溶液的莫耳濃度)}$$

今有 A、B、C、D 四溶液，其 PH 值如下：

溶液	A	B	C	D
PH 值	2.1	3.8	4.7	5.55

若 A 溶液的氫離子濃度是 B 溶液的 x 倍，B 溶液的氫離子濃度是 C 溶液的 y 倍，

C 溶液的氫離子濃度是 D 溶液的 z 倍，則 $x+y+z$ 最接近那一個整數_____

3. 連續投擲 7 次硬幣，求：至少連續 3 個以上正面出現的情形有幾種_____

4. 若球 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ 被平面 $3x + 2y + 2\sqrt{3}z = 5$ 分割成兩部分，求較小部分之體積_____

5. 一高鐵列車每次行駛，依搭乘人數掛載了 10 至 15 節車箱(不含駕駛艙)，並依序編號，其中只有 3 個配備有廁所的車廂，為考量旅客如廁方便，任意 2 個配備有廁所車廂之間至少安排 2 個以上的普通車廂，且配備有廁所的車廂不安排在最首節和最末節，請問符合安排規定的方法有幾種_____

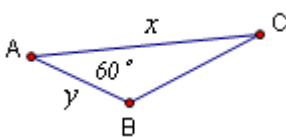
6. 甲袋本有兩張一百元鈔，乙袋有三張五十元鈔，若以甲乙兩袋互換一張鈔票為一局，

試問：在長久操作後，甲袋的錢的期望值為何_____

二、計算與證明題：(共 52 分)

1. (1) 如下圖，已知 $\overline{AC} = x$, $\overline{AB} = y$, $\angle CAB = 60^\circ$ ，證明 $\overline{BC} = \sqrt{x^2 + y^2 - xy}$ (5 分)

(2) 利用(1)，證明： $\forall x > 0, y > 0$, $\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{y^2 - 3y + 3} + \sqrt{x^2 - \sqrt{3}xy + y^2} \geq \sqrt{6}$ (7 分)



2. 已知四面體 $P-ABC$ 中，各側面與底面所成的兩面角皆為 60° ，且 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 7, 8, 9，試求 $\triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PAC$ 的面積總和？(10 分)

3. 圓 $C: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$ ，直線 $L: y = \sqrt{3}x$ 。今在圓 C 上取一點 P ，直線 L 上取一點 Q ， x 軸上取一點 R ，求 $\triangle PQR$ 的周長最小值為？(10 分)

4. 直角梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\angle D = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AD} = a$, $\overline{CD} = 3a$ ，沿 \overline{BD} 將梯形折成 60° 的二面角，試求：此時 A 與 C 的距離為？(10 分)

5. \overline{AB} 為一半圓上的直徑，在半圓上取相異二點 P 、 Q ，使得 $\overline{AP} = \overline{PQ} = a$ ，請問四邊形 $APQB$ 的最大面積為？(10 分)