高雄市97學年度市立高級中學校聯合教師甄選
數學科試題

准考證後三碼:

1. 設 z 爲複數，且 $|z| = 1$、$\frac{z+1}{z^2} \in \mathbb{R}$；若 $z \neq \pm 1$，則求 z =?

2. 設 n, k 都是正整數，對形如 $\frac{k}{6^n}$ 的分數而言，令不大於 1 的最簡分數之總和爲 T_n，求 T_n =?

3. 解方程組 $\begin{cases} x^y = y^x \\ \log_x y + \log_y x = \frac{13}{6} \end{cases}$，得序對 (x, y) =?

4. 設 $[x]$ 表不大於 x 的最大整數；解方程式：$[x + \frac{1}{2}]^2 - 3[x - \frac{1}{2}] - 7 = 0$。

5. 設 $y = f(x) = \left|\left||x| - \frac{1}{3}\right| - \frac{1}{3}\right|$，且 $-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$

   (1) 試在坐標平面上畫出 $y = f(x)$ 之圖形。

   (2) 求 $y = f(x)$ 和 x 軸所圍之區域面積。

6. 正方形 $ABCD$ 的邊長爲 a；E, F, G, H 分別在 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ 上，且 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$；則正方形 $EFGH$ 面積的最小值爲何？又 $\triangle AEH$ 的內接圓半徑之最大值爲多少？

7. 四面體 $OABC$ 中，D 點在 $\overline{AB}$ 上，$\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$；$E$ 點在 $\overline{CD}$ 上，$\overline{DE} : \overline{EC} = 5 : 3$；$F$ 點在 $\overline{OE}$ 上，$\overline{OF} : \overline{FE} = 1 : 3$；設向量 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$；$\overrightarrow{AF}$ 交平面 OBC 於 G 點，則求 $\overline{AG} : \overline{FG}$ =?

8. 坐標平面上，O 爲原點、$P(1, 3)$；直線 L 通過 P 點且垂直於 $\overline{OP}$，則直線 $M : 6x + y - 17 = 0$ 關於直線 L 的鏡射(對稱)圖形方程式爲何？

9. 同時投擲兩個公正的骰子，記錄其點數和，做爲 P 點移動之依據；當 P 點坐標爲 (x, y) 時，若擲得點數和不大於 6 點時，P 點移到 $(x, y+1)$ 處；若擲得點數和等於 7 時，P 點移到 $(x+1, y+1)$ 處；若擲得點數和不小於 8 點時，P 點移到 $(x+1, y)$ 處。設一開始 P 點坐標爲 $(0, 0)$，則投擲次數不起過 5 次，而 P 點能到達點 $(3, 3)$ 的機率不多少？

10. 設 n 爲自然數；試證：$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} \leq 2\sqrt{n}$。