

求 $\left[(\sqrt{27} + \sqrt{23})^{100} \right]$ 除以 100 的餘數，註： $[\]$ 表高斯符號

解：

因 $(\sqrt{27} + \sqrt{23})^{100}$ 非整數，先加上一個純小數使其變整數，據此消去高斯符號

故所求 = $(\sqrt{27} + \sqrt{23})^{100} + (\sqrt{27} - \sqrt{23})^{100} - 1$ 除以 100 的餘數

$$\equiv (50 + 2\sqrt{621})^{50} + (50 - 2\sqrt{621})^{50} - 1 \pmod{100}$$

註：其中無理數項會對消

$$\equiv 2 \cdot \sum_{k=0}^{25} C_{2k}^{50} \cdot 2500^{(25-k)} \cdot 2484^k - 1$$

$$\equiv 2 \cdot (2484)^{25} - 1$$

$$\equiv 2 \cdot (84)^{25} - 1$$

$$\equiv 2 \cdot (80 + 4)^{25} - 1$$

$$\equiv 2 \cdot 4^{25} - 1$$

$$\equiv 2 \cdot 4^5 - 1$$

$$\equiv 2^{11} - 1$$

$$\equiv 47$$