第 64 屆　AMC 12B　2013

1. 在一月份中的某一天，內布拉斯加州林肯市的最高溫比最低溫高 16 度，而最高溫與最低溫的平均溫度是 3 度，則在該天林肯市的最低溫是多少度？

(A) -13　(B) -8　(C) -5　(D) -3　(E) 11

2. 格林先生用走步方式來量測矩形菜園，他走了相鄰兩邊。發現一邊走 15 步，另一邊走 20 步。格林先生走步的每一步長是 2 英尺。格林先生預期從他的菜園中每平方英尺能生產半磅的馬鈴薯，則格林先生預期可以從他的菜園生產多少磅的馬鈴薯？

(A) 600　(B) 800　(C) 1000　(D) 1200　(E) 1400

3. 從 3 數到 201 時，53 是第 51 個數。如果從 201 倒數回到 3 時，53 是第 n 個數，則 $n=$？

(A) 146　(B) 147　(C) 148　(D) 149　(E) 150

4. 雷伊的汽車平均每加侖汽油可以跑 40 哩，湯姆的汽車平均每加侖汽油可以跑 10 哩。雷伊和湯姆的汽車跑了相同的哩數，則兩車合併一起計算，平均每加侖汽油可跑多少哩？

(A) 10　(B) 16　(C) 25　(D) 30　(E) 40

5. 33 個五年級生的平均年齡是 11 歲，而他們的 55 位父母親之平均年齡是 33 歲，則所有這些父母親及五年級生的平均年齡是多

少歲？

(A) 22　(B) 23.25　(C) 24.75　(D) 26.25　(E) 28

6. 實數 x 與 y 滿足方程式 $x^2+y^2=10x-6y-34$，則 $x+y=$？

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 6　(E) 8

7. 喬和布雷爾輪流都從 1 開始數、數到比前一人數的最後一個數多 1 時，由另一個人接著數。即喬開始說出“1”，布雷爾接著說出“1、2”，然後喬又接著說出“1、2、3”，依此方式繼續下去，試問第 53 個被說出的數是什麼？

(A) 2　(B) 3　(C) 5　(D) 6　(E) 8

8. 直線 ℓ_1 的方程式為 $3x-2y=1$ 且點 $A(-1,-2)$ 在 ℓ_1 上。直線 ℓ_2 的方程式為 $y=1$，且交直線 ℓ_1 於點 B。直線 ℓ_3 的斜率為正且經過點 A，並交直線 ℓ_2 於點 C。已知 ΔABC 的面積為 3，試問 ℓ_3 的斜率為何？

(A) $\frac{2}{3}$　(B) $\frac{3}{4}$　(C) 1　(D) $\frac{4}{3}$　(E) $\frac{3}{2}$

9. 能整除 12! 的最大完全平方數，其平方根表為質因數的冪次方乘積，試問所有這些次方的總和為多少？

(A) 5　(B) 7　(C) 8　(D) 10　(E) 12

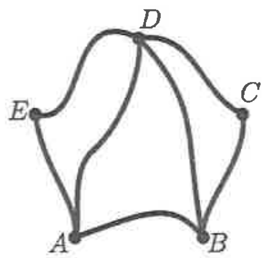
10. 艾力克斯有 75 個紅色代幣及 75 個藍色代幣。艾力克斯在一個代幣兌換處給兩個紅色代幣可兌換得 1 個銀色代幣及 1 個藍色代幣，而在另一個代幣兌換處給 3 個藍色代幣可兌換得 1 個銀色代幣及 1 個紅色代幣。艾力克斯一直在這兩個代幣兌換處兌換代幣直到不能再兌換時為止，則最後艾力克斯有多少個銀色代幣？

(A) 62 (B) 82 (C) 83 (D) 102 (E) 103

11. 兩隻蜜蜂在同一地點，以相同速率並按照下述方式飛行：
蜜蜂 A 先**向北**飛行 1 英尺，緊接著**向東**飛行 1 英尺，然後再**向上**飛行 1 英尺，並持續重複這種模式飛行下去。另外，蜜蜂 B 先**向南**飛行 1 英尺，緊接著**向西**飛行 1 英尺，並持續重複這種模式飛行下去。
請問當牠們彼此恰好分離 10 英尺時，牠們向何方向飛行？

(A) A 向東，B 向西
(B) A 向北，B 向南
(C) A 向北，B 向西
(D) A 向上，B 向南
(E) A 向上，B 向西

12. 城市 A,B,C,D 與 E 彼此以道路 $\widetilde{AB}$、$\widetilde{AD}$、$\widetilde{AE}$、$\widetilde{BC}$、$\widetilde{BD}$、$\widetilde{CD}$ 與 $\widetilde{DE}$ 互相聯通。試問在每一個道路恰好使用一次情況下，從 A 到 B 總共可以規劃出多少不同路徑？（注意：這些路徑必然會通過某些城市超過一次以上）



(A) 7 (B) 9 (C) 12 (D) 16 (E) 18

13. 四邊形 $ABCD$ 的內角形成一等差數列。已知 ΔABD 與 ΔDCB 相似，其中 $\angle DBA = \angle DCB$ 且 $\angle ADB = \angle CBD$。此外，這兩個三角形中每個三角形的內角也都形成等差數列。則四邊形 $ABCD$ 中兩個最大內角的和，其最大可能值為多少度？

(A) 210 (B) 220 (C) 230 (D) 240 (E) 250

14. 由非負整數組成的兩個遞增數列有相異的首項，每個數列中，從第三項開始的每一項都是前面兩項的和，且這兩個數列的第七項都是 N。試問 N 的最小可能值為何？(註)：當 $x_1 \le x_2 \le x_3 \le \cdots$ 時稱 $x_1, x_2, x_3, \cdots$ 為遞增數列

(A) 55 (B) 89 (C) 104 (D) 144 (E) 273

15. 將整數 2013 表為 $2013 = \dfrac{a_1!a_2!\cdots a_m!}{b_1!b_2!\cdots b_n!}$ 的形式，其中 $a_1 \ge a_2 \ge \cdots \ge a_m$，$b_1 \ge b_2 \ge \cdots \ge b_n$ 都是正整數，且 $a_1 + b_1$ 取最小可能值，則 $|a_1 - b_1| =$ ？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

16. 設 $ABCDE$ 是一個周長為 1 的等角凸五邊形，這五邊形的所有的邊，延伸出去的直線會兩兩相交成一個五點星狀多邊形。令 s 為這個星狀多邊形的周長，試問 s 的最大可能值與最小可能值的差為何？

(A) 0 (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$
(D) $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ (E) $\sqrt{5}$

17. 設 a,b,c 為實數且滿足
$$\begin{cases} a+b+c=2 \\ a^2+b^2+c^2=12 \end{cases},$$
試問 c 的最大可能值與最小可能值的差為何？

(A) 2　(B) $\frac{10}{3}$　(C) 4　(D) $\frac{16}{3}$　(E) $\frac{20}{3}$

18. 芭芭拉和珍娜從桌面上的一堆硬幣中，輪流玩抓取硬幣的遊戲。輪到芭芭拉時，她必須抓取 2 枚或 4 枚硬幣， 但若桌上只剩下 1 枚硬幣，她就失去抓取的資格。輪到珍娜時，她必須抓取 1 枚或 3 枚硬幣。現在由投擲一枚硬幣，來決定誰先開始抓取硬幣，並規定抓完最後硬幣的人，贏得這場遊戲。設想兩位玩家都使用她們的最佳策略，請問開始有 2013 枚硬幣時，誰會贏得遊戲；而開始有 2014 枚硬幣時，誰又會贏得遊戲？

(A) 有 2013 枚硬幣時，芭芭拉會贏得遊戲；而有 2014 枚硬幣時，珍娜會贏得遊戲。

(B) 有 2013 枚硬幣時，珍娜會贏得遊戲；而有 2014 枚硬幣時，先開始抓取的人會贏得遊戲。

(C) 有 2013 枚硬幣時，芭芭拉會贏得遊戲；而有 2014 枚硬幣時，第二位開始抓取的人會贏得遊戲。

(D) 有 2013 枚硬幣時，珍娜會贏得遊戲；而有 2014 枚硬幣時，芭芭拉會贏得遊戲。

(E) 有 2013 枚硬幣時，先開始抓取的人會贏得遊戲；而有 2014 枚硬幣時，第二位開始抓取的人會贏得遊戲。

19. 在 ΔABC 中，$\overline{AB}=13$，$\overline{BC}=14$ 且 $\overline{CA}=15$。三個相異點 D,E,F 分別在線段 $\overline{BC},\overline{CA},\overline{DE}$ 上，使得 $\overline{AD}\perp\overline{BC},\overline{DE}\perp\overline{AC}$ 且 $\overline{AF}\perp\overline{BF}$。線段 $\overline{DF}$ 的長可以寫成 $\frac{m}{n}$，其中 m 與 n 是互質的正整數，試問 $m+n=$？

(A) 18　(B) 21　(C) 24　(D) 27　(E) 30

20. 已知 $135^\circ < x < 180^\circ$， 且點 $P=\left(\cos x,\cos^2 x\right)$、$Q=\left(\cot x,\cot^2 x\right)$、$R=\left(\sin x,\sin^2 x\right)$ 與 $S=\left(\tan x,\tan^2 x\right)$ 為某一個梯形的四個頂點。試問 $\sin(2x)=$？

(A) $2-2\sqrt{2}$　(B) $3\sqrt{3}-6$　(C) $3\sqrt{2}-5$

(D) $-\frac{3}{4}$　(E) $1-\sqrt{3}$

21. 坐標平面上有 30 條拋物線，所有這些拋物線都是以 $(0,0)$ 為焦點，而它們的準線方程式分別為 $y=ax+b$，其中 $a\in\{-2,-1,0,1,2\}$ 且 $b\in\{-3,-2,-1,1,2,3\}$。已知這些拋物線中任意三條都沒有共同交點，試問這些拋物線一共有幾個交點？

(A) 720　(B) 760　(C) 810　(D) 840　(E) 870

22. m 與 n 皆為大於 1 之整數，假定方程式
$$8(\log_n x)(\log_m x)-7\log_n x-6\log_m x-2013=0$$
所有 x 解的乘積是最小可能之整數，則 $m+n$ 是多少？

(A) 12　(B) 20　(C) 24　(D) 48　(E) 272

23. 伯納多選取一個三位數的正整數 N，並在黑板上將 N 分別改寫成以 5 為底以及以 6 為底的表示法。稍後，拉洛伊看到黑板上伯納多所寫的這兩個數，就將它們當做以 10 為底的整數相加，而得正整數 S。例如，如果 $N=749$，那麼伯納多會在黑板改寫成 10,444 與 3,245，而拉洛伊就得到和 $S=13{,}689$。試問有多少正整數 N，會使得 S 最右邊的兩個數碼依序與 $2N$ 的最右邊的兩個數碼相同？[(註)：以 6 為底時 3245 表 $3\times6^3+2\times6^2+4\times6+5=749$]

(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25

24. ΔABC 中，點 M 是 $\overline{AC}$ 的中點，且 $\overline{CN}$ 是 $\angle ACB$ 的角平分線交 $\overline{AB}$ 於 N。設 X 為中線 $\overline{BM}$ 與角平分線 $\overline{CN}$ 的交點。若 ΔBXN 是等邊三角形，且 $\overline{AC}=2$，試問 $\overline{BN}^2=$？

(A) $\dfrac{10-6\sqrt{2}}{7}$ (B) $\dfrac{2}{9}$ (C) $\dfrac{5\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{8}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$ (E) $\dfrac{3\sqrt{3}-4}{5}$

25. 令 G 表形如 $P(z)=z^n+c_{n-1}z^{n-1}+\cdots+c_2z^2+c_1z+50$ 之多項式的集合，其中 $c_1,c_2,\cdots,c_{n-1}$ 都是整數，且方程式 $P(z)=0$ 有 n 個形如 $a+bi$ 的相異根，其中 a,b 皆為整數，則 G 中有多少個多項式？

(A) 288 (B) 528 (C) 576 (D) 992 (E) 1056

2013 年 第 64 屆 AMC 12B

考試須知

1. **未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。**
2. 本測驗為選擇題共有 25 題，每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中祇有一個選項是正確的答案。
3. 請將正確答案用 **2B 鉛筆**在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，祇有將答案圈選清楚在答案卡上才得以計分。
4. 計分方式：**每一題答對可得 6 分，不作答得 1.5 分，答錯得 0 分。**
5. 除了考試所准許使用的尺、圓規、量角器、橡皮擦、方格紙及計算紙外，請勿攜帶任何輔助工具(包含**計算器**)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可作答。
6. 試卷內的圖形可能未依比例繪製。
7. 考試之前，監考人員會指示你填寫一些基本資料於答案卡上，待監考人員給予指示後開始作答，你作答時間共 **75 分鐘**。
8. 當你完成作答後，請在答案卡的簽名空格內簽名。
9. **AMC 12 考生得 100 分以上，或者成績名列前 5%者，將會受邀參加 2013 年 3 月 16 日星期六所舉行的第 31 屆 American Invitational Mathematics Examination (AIME)考試。**