

國立臺中一中 100 學年度第一學期期末考一年級數學科試題

註：未完整、正確填寫劃記班級、座號、姓名者，扣 10 分！

科目代號：03 命題：包宏信、陳光鴻

一、單選題 (占 20 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- 2** 1. 草履蟲在合適的環境下，平均每 6 小時就可以分裂成原來的 2 倍，則 100 個草履蟲經過一整天之後將會變成多少個？
 (1) 800 (2) 1600 (3) 3200 (4) 6400 (5) 12800
- 4** 2. 已知 $x > 0$ 、 $y > 0$ 且 $x + 2y = 10$ ，則 $\log x + \log y$ 的最大值為下列何者？
 (1) 25 (2) $\frac{25}{2}$ (3) $\log 25$ (4) $\log \frac{25}{2}$ (5) $(\sqrt{10})^{25}$
- 5** 3. 求對數方程式 $\log_2 x + \log_8 x = 2(\log_2 x)(\log_8 x)$ 所有實數解的和為
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- 4** 4. 已知 $\log 2 = 0.3010$ 、 $\log 3 = 0.4771$ ，計算 $2^{106} + 3^{66}$ 是幾位數？
 (1) 30 位數 (2) 31 位數 (3) 32 位數 (4) 33 位數 (5) 34 位數

二、多選題 (占 40 分。)

說明：第 5 題至第 9 題，每題 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分，答錯 1 個選項者，得 5 分，答錯 2 個選項者，得 2 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

$\begin{matrix} \log x \\ x \end{matrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529

- 245** 5. 選出正確的敘述：
 (1) $\sqrt[3]{0.2} > \sqrt[4]{0.2}$ (2) $\sqrt{2}^{\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)} > \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ (3) $12^{10} > 10^{12}$
 (4) $\log_2 \frac{1}{3} > \log_{\frac{1}{4}} 25$ (5) $\log_{2011} 2012 > \log_{2012} 2011$
- 1245** 6. 請參考上表中對數表的節錄部分，回答下列問題：
 (1) $\log 1.68 = 0.2253$ (2) $\log 168000 = 5.2253$ (3) $\log 0.00168 = -3.2253$
 (4) $0.2253 < \log 1.68888 < 0.2279$ (5) 若 $\log x = 0.2240$ ，則 $x \square 1.675$

345

7. 已知 α 、 β 、 γ 為指數方程式 $8^x - 7 \cdot 4^x + 14 \cdot 2^x - 8 = 0$ 的解，若 $\alpha < \beta < \gamma$ ，選出正確的敘述：

- (1) $\alpha + \beta + \gamma = 7$ (2) $\alpha\beta\gamma = 3$ (3) $\alpha + \beta = 1$ (4) $\gamma = 2$ (5) $\beta^3 - 7\beta^2 + 14\beta - 8 = 0$

135

8. 如右下圖，若 a 、 b 為兩相異正數，已知函數 $y = f(x)$ 的圖形凹向上時，圖形上的點會滿足

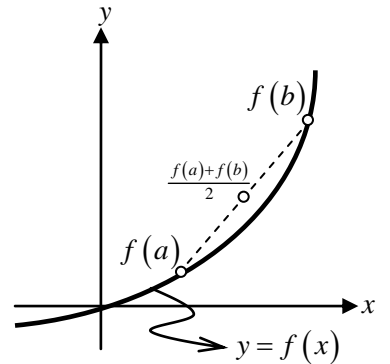
$\frac{f(a)+f(b)}{2} > f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ；反之函數 $y = f(x)$ 的圖形凹向下時，圖形上的點會滿足 $\frac{f(a)+f(b)}{2} < f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ 。

試由上述觀念來判斷下列各不等式何者恆成立？

(1) $\frac{a^2+b^2}{2} > \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ (2) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2} > \sqrt{\frac{a+b}{2}}$ (3) $\frac{2^a+2^b}{2} > 2^{\frac{a+b}{2}}$

(4) $\frac{\log_2 a + \log_2 b}{2} > \log_2\left(\frac{a+b}{2}\right)$ (5) $\frac{\log_{\frac{1}{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b}{2} > \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{a+b}{2}\right)$

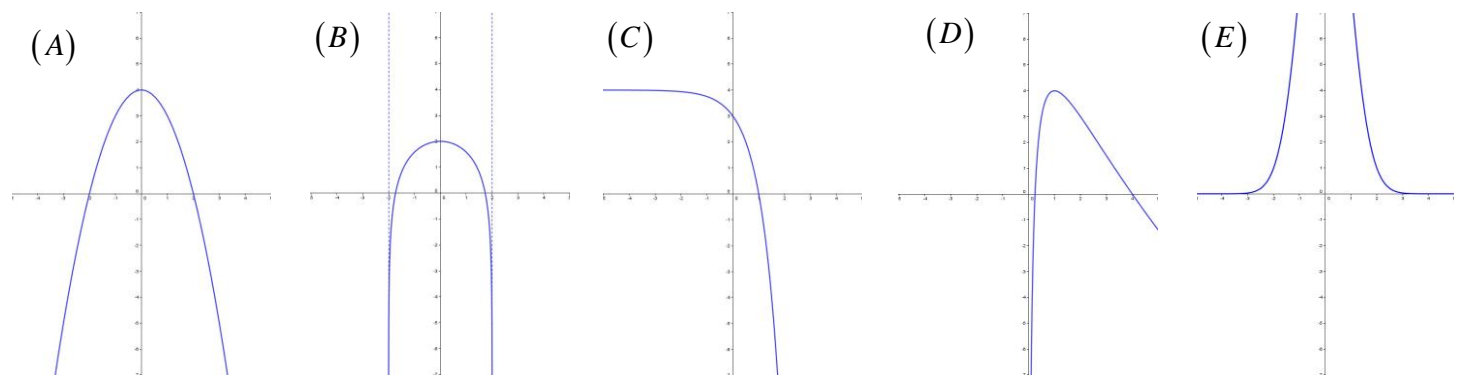
(選項中之 a 、 b 均為相異正數)



124

9. 觀察下列各函數及下方圖形，選出最佳配對：

- (甲) $y = -x^2 + 4$ (乙) $y = -(2^x)^2 + 4$ (丙) $y = 2^{(-x^2+4)}$ (丁) $y = -(\log_2 x)^2 + 4$ (戊) $y = \log_2(-x^2 + 4)$



- (1) 甲配 A (2) 乙配 C (3) 丙配 B (4) 丁配 D (5) 戊配 E

選填題(占 48 分)

說明：1. 第 A~H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(10~32)。

2. 每題答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知 x 為實數，求 3^{x^2+3} 的最小值為 10 11。 **27**

B. 設 $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$ ，求 $\frac{x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}}$ = 12 13 **18**
14 15 **47**

C. 求 $3^{1+2\log_3 6} + 2^{\log_4 36} = \underline{\textcircled{16}\textcircled{17}\textcircled{18}}$ 。 114

D. 設 $100 \leq x \leq 1000$ ，則 $x^{1-\log x}$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $\frac{M}{m} = \underline{\textcircled{19}\textcircled{20}\textcircled{21}\textcircled{22}\textcircled{23}}$ 。 10000

E. 目前國際間使用芮氏地震規模來表示地震強度。設 I 為芮氏地震規模 r 時震央所釋放出來的能量，則 I 與 r 的關係如下：
 $\log I = r + 0.2$ 。發明原子彈後，我們常把地震所釋放的能量和一顆原子彈爆炸後所釋放的能力做比較。已知芮氏地震規模 5.8 的地震，其震央所釋放出來的能量，約為一顆原子彈爆炸後所釋放的能量，則芮氏地震規模 7.3 的地震，震央所釋放能量約為 ②④②⑤ 顆原子彈爆炸後所釋放的能量(小數點後四捨五入算至整數位)。

32

(已知 $\log 2 = 0.3010$ 、 $\log 3 = 0.4771$)

F. 已知 $\log 3x$ 之尾數為 $\log x$ 之尾數的 3 倍，若滿足此關係的最小正實數 x 為 m ，求 $m^2 = \underline{\textcircled{26}}$ 。 3

G. 小華向銀行貸款 200 萬元，約定從次月開始每月還給銀行 2 萬元，依月利率 0.6% 複利計算，則小華至少需要 ②⑦②⑧ 年才能還清？(四捨五入計算成整數， $\log 1.006 = 0.0026$)

13

H. 已知函數 $y = \log_2(kx^2) + \frac{3}{4}x$ 的圖形與函數 $y = 2^{|x|} + \frac{3}{4}x$ 的圖形交於 A 、 B 兩點。

若 $\overline{AB} = 10$ ，求 $k = \underline{\textcircled{29}\textcircled{30}\textcircled{31}\textcircled{32}}$ 。 4096