臺北區 101 學年度第一學期第一次學科能力測驗模擬考試

數學考科解析

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	1	5	3	2	1	134	245	3	234	35	23	135	3	8	0	−	2	4	3
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		
0	3	1	2	3	4	3	1	0	2	4	1	1	9	5	2	9	1		

第壹部分：選擇題(65%)

一、單選題(30%)

1. $a_2=3^2-3\times3+2=2$
   $a_3=2^2-3\times2+2=0$
   $a_4=0^2-3\times0+2=2$
   $a_5=2^2-3\times2+2=0$
   $a_6=0^2-3\times0+2=2$
2. $\log(x-4)<1\Rightarrow x-4<10$
   且 $x-4>0\Rightarrow 4<x<14$
3. $m=\dfrac{2\times3(\text{公升})}{0.5(\text{時})}=12$
4. 5 人以 2-2-1 或 3-1-1 兩型從<u>小甲</u>、<u>小乙</u>、<u>小丙</u>三組選取 $C_2^5\cdot C_2^5\cdot C_1^5 3+C_3^5\cdot C_1^5\cdot C_1^5 3=1500+750=2250$
   …選(3)
5. $\dfrac{\frac{10!}{5!}}{10!}=\dfrac{1}{120}$
6. $\dfrac{1}{k+\dfrac{1}{m+\dfrac{1}{5}}}=\dfrac{803}{371}-2=\dfrac{61}{371}=\dfrac{1}{\dfrac{371}{61}}=\dfrac{1}{6+\dfrac{5}{61}}$
   $=\dfrac{1}{6+\dfrac{1}{\dfrac{61}{5}}}=\dfrac{1}{6+\dfrac{1}{12+\dfrac{1}{5}}}$，$\therefore k=6$，$m=12$

二、多選題(35%)

7. (1) $\sum_{k=1}^{100}k^2=1^2+2^2+\cdots\cdots+100^2=\sum_{k=11}^{110}(k-10)^2$
   (2) $\sum_{k=1}^{n}nt=nt+nt+\cdots\cdots+nt$
   $=n\cdot nt\neq(1+2+\cdots\cdots+n)t$
   (3) $\sum_{k=1}^{6}(2k+7)=9+11+13+15+17+19$
   $\sum_{k=3}^{8}(25-2k)=19+17+15+13+11+9$
   (4) $\underbrace{15+15+\cdots\cdots+15}_{(n\text{個}15)}=15n$
   $\sum_{k=1}^{5}nk=n+2n+3n+4n+5n=15n$
   (5) Σ 相乘不可拆，如 n 取 3：
   $\sum_{k=1}^{3}k(k-1)=1\cdot0+2\cdot1+3\cdot2=8$
   $\sum_{k=1}^{3}k\times\sum_{k=1}^{3}(k-1)=(1+2+3)\times(0+1+2)=6\times3=18$
   $\sum_{k=1}^{3}k(k-1)\neq\sum_{k=1}^{3}k\times\sum_{k=1}^{3}(k-1)$
8. (1) 底數不可為 1
   (3) $\log_7(7^{10}\times7^{13})=23$
9. 由除法原理
   $f(x)=(x-1)(x-2)(x-4)(x-5)q(x)+r(x)$
   且 $\deg(r(x))<4$，得 $r(1)=f(1)$，$r(2)=f(2)$
   $r(4)=f(4)$，$r(5)=f(5)$
   所以 $r(1)=r(5)>r(2)=r(4)$，故選(3)
10. (1) $y=2^{x-2012}$ 與 $y=x^2$ 的圖形恰有 3 交點
    (5) $y=\log_2 x$ 與 $y=x$ 的圖形沒有交點
11. (1) 因為 $f(1)f(2)<0$，由勘根定理，得至少有一實數解
    (2) 虛根成對，故實根必為偶數個
    (3) 有可能
    (4) 虛根成對，故實根必為偶數個
    (5) 有可能
12. 原十數的算數平均數為 6，中位數 6，全距 5，標準差 2.37
    (i) 十數中，每個數值至少有 2 數，故全距必不變
    (ii) 捨去 3，5，8 時，新九數的算數平均數、標準差必改變，幾何平均數必改變，中位數不變
    (iii) 捨去 6 時，新九數的中位數不變
    綜合(i)(ii)(iii)故選(2)(3)
13. (1) 對。因為最適合直線必過 $(\overline{x},\overline{y})$，又 $\overline{x}=45$，所以 $\overline{y}=103+\frac{3}{5}\overline{x}=130$

(2) 錯。$r=0.4$ 且 $S_x=10$，Y 對 X 的最適合直線的斜率 $\frac{3}{5}=r\times\frac{S_y}{S_x}$，所以 $S_y=15$

(3) 對。年齡(X)對血壓(Y)的最適合直線亦過數據中心(45,130)

(4) 錯。年齡(X)對血壓(Y)的最適合直線爲 $x-45=r\times\frac{S_x}{S_y}(y-130)$，經化簡爲 $x=\frac{31}{3}+\frac{4}{15}y$

(5) 對。$x=55$ 代入 $y=103+\frac{3}{5}x$，得 $y=136$

第貳部分：選填題(35%)

A. 由數列的規則可知：設長方形有 n 列，則依題意得

$1+3+5+\cdots+$ 第n項 $=400$

$\therefore \frac{(1+2n-1)n}{2}=400$，$\therefore n=20$

白色地磚的塊數 $=2(1+2+3+\cdots+19)=380$

B. 方程式 $x^2-2x+k=0$ 的解爲

$x=\frac{2\pm\sqrt{4-4k}}{2}=1\pm\sqrt{1-k}$

得 $\overline{AB}=2\sqrt{1-k}$，$2\le 2\sqrt{1-k}\le 10$，解得 $-24\le k\le 0$

C. $\log x=-8+0.4771=\log 3\times 10^{-8}$

$=\log(30\times 10^{-9})$

D. 【法一】 $\underset{陳}{1}\times(7\times 6-\underset{王}{1}\times 6-\underset{郭}{1}\times 6+\underset{王}{1}\times\underset{郭}{1})=31$

【法二】若王擔任捕手，則有 $1\times 6=6$ 種，若王不擔任捕手，則有 $5\times 5=25$ 種，共 $6+25=31$ 種

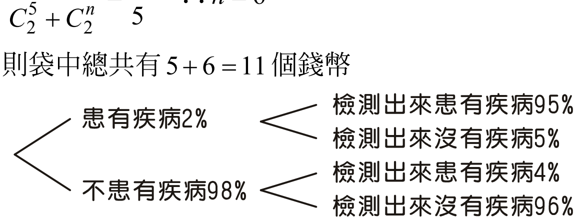
E. 面積 $=(\frac{3}{4})+(\frac{3}{4})^2+(\frac{3}{4})^3+(\frac{3}{4})^4+(\frac{3}{4})^5$

$=\frac{\frac{3}{4}(1-(\frac{3}{4})^5)}{1-\frac{3}{4}}=\frac{2343}{1024}$

F. $\frac{C_2^5}{C_2^5+C_2^n}=\frac{2}{5}$，$\therefore n=6$

則袋中總共有 $5+6=11$ 個錢幣

G.



$\therefore$該役男被告知患有疾病而確實染病的機率爲 $\frac{2\%\times 95\%}{2\%\times 95\%+98\%\times 4\%}=\frac{95}{291}$