

台灣省第一區一百學年度  
高級中學數學及自然科能力競賽  
數學科口試

口試:

已知  $a$ 、 $b$  為正整數，且  $a < b$ ，若  $a$ 、 $b$  的最小公倍數為 105，且  $3a + 7b = 306$ ，則數對  $(a, b)$  為何？ (21,35)

解: 設  $(a, b) = d$ ，則  $d \mid 308$  且  $d \mid 105$

$$\Rightarrow d \mid (308, 105) \Rightarrow d \mid 7 \Rightarrow d = 1 \text{ or } 7$$

若  $d = 1$ ，則  $ab = (a, b) \times [a, b] = 1 \times 105$   
 $\Rightarrow (a, b) = (1, 105), (3, 35), (5, 21), (7, 15)$

分別代入  $3a + 7b = 308$

均不合

若  $d = 7$  則  $ab = 7 \times 105 = 3 \times 5 \times 7^2 \Rightarrow (a, b) = (7, 105), (21, 35)$

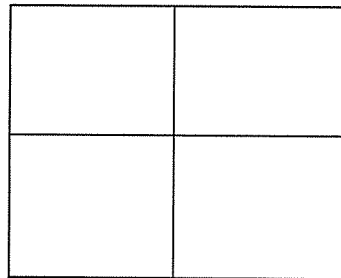
分別代入  $3a + 7b = 308$ ，

只有 (21,35) 合

口試:

在邊長為 1 的正方形內任給 5 點，證明: 其中必有 2 點，他們的距離小於或等於  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

解:



取各邊中點，如上平分正方形為 4 塊小正方形，在同一個小正方形內的 2 點距離都小於小正方形的對角線長  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。