

100 學年度台灣省第四區(新竹高中)  
高級中學數理及資訊學科能力競賽  
數學科筆試(二)試題

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將演算過程依序填寫在答案卷內。

問題：

1. 設  $ABCD$  為矩形。自  $A$  點分別向對角線  $\overline{BD}$  的三等分點  $E, F$  連線，量得  $\overline{AE} = 8$ ,  $\overline{AF} = 11$ 。則矩形  $ABCD$  的面積為       (一)      。
2. 方程式  $x^2 - y^2 = 2011^2$  共有       (二)       組整數解。
3. 若  $a > b$  且  $ab = 1$ ，則在  $(a, b) =$        (三)       時， $\frac{a^2 + b^2}{a - b}$  發生最小值。
4. 設  $f(x)$  為整係數多項式函數，且  $f(0) = f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = 2011$ ，但  $f(x)$  不是常數函數。令  $E$  為  $f(x)$  在所有整數點取值的絕對值所成的集合，亦即  $E = \{|f(n)| \mid n \text{ 為整數}\}$ 。則  $E$  中元素的最小可能值為       (四)      。
5. 有相同大小的 20 顆紅球、20 顆黑球、20 顆白球，分成各 30 顆的兩堆，共有       (五)       種分法。
6. 已知實數  $x, y, z$  滿足  $x + 2y + 3z = 14$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 196$ 。則  $z$  的最大可能值為       (六)      。
7. 設  $\triangle ABC$  為等腰三角形，其中  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。設  $\angle ABC$  的角平分線交  $AC$  邊於  $D$  點，並且滿足  $\overline{BC} = \overline{AD} + \overline{BD}$ 。則  $\angle BAC =$        (七)       度。

答 案 欄

(一)	(二)	(三)	(四)
$54\sqrt{7}$	6	$(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2})$	29
(五)	(六)	(七)	
166	$3 + \sqrt{65}$	100	