

# 金門縣 101 學年度國中教師甄試數學科試題

1. 某長方體的長、寬、高分別為 24、18、15 公分。外面塗上紅色顏料，將它切成大小相同的最大正方體，此時各面均無塗料的小正方體有多少個？  
(A) 240 (B) 140 (C) 120 (D) 72
2. 二數之和為  $S$ ，將每個數加上 2 之後，全部再三倍。試問最後兩個新數之和為多少？  
(A)  $3S+2$  (B)  $3S+6$  (C)  $3S+12$  (D) 以上皆非
3. 設  $n>1$  為正整數，用  $n$  去除 1370，2098，2371 所得的餘數相等。試問  $n$  的最大值為何？  
(A) 21 (B) 39 (C) 91 (D) 182
4. 設  $n$  為小於 5000 的正整數，用 5 去除  $n$  餘 4，用 6 去除  $n$  餘 5，用 8 去除  $n$  餘 3，且最接近 50000 的整數的數字總和為  
(A) 29 (B) 28 (C) 27 (D) 26
5. 某棒球隊在已賽過 60 場中勝率為 5 成，該隊需連贏幾場才能使勝率達到 6 成？  
(A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 15
6. 某橋不知其寬，已知長 7 尺的圓木材流過橋下需 5 秒，長 11 尺的圓木材流過橋下需 7 秒。試問長 13 尺的圓木材流過橋下需幾秒？  
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11
7. 在  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5)^2$  的展開式中  $x^6$  的係數為  
(A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 以上皆非
8. 甲校男女學生之比為 32 : 31，乙校男女學生之比為 4 : 5，甲乙兩校混合後男女學生之比為 16 : 17。試問甲乙兩校學生總數之比為  
(A) 3 : 1 (B) 6 : 5 (C) 7 : 4 (D) 以上皆非
9. 有 50 人互相選舉推出 5 名代表，若每人只能票選一個人，試問最少要得多少票才能保證當選？  
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 以上皆非
10. 絕對值不等式  $|x + a| \leq b$  之解為  $-3 \leq x \leq 2$ ，則  $a+b$  之值為  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 以上皆非

11. 下列何者為多項式  $(x^2 - x - 6)(x^2 + 3x - 4) + 24$  的因式  
 (A)  $x+2$  (B)  $x-3$  (C)  $x^2 + x - 8$  (D)  $x^2 + x + 8$
12. 當  $a$  為下列何值時，方程式  $\frac{3}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+a}{x(x-1)} = 0$  無解。  
 (A)  $-3$  (B)  $-1$  (C)  $1$  (D)  $3$
13. 設  $x + \frac{1}{y} = 4$ ,  $xy + \frac{1}{xy} = 30$ ，則  $y + \frac{1}{x}$  之值為  
 (A)  $5$  (B)  $6$  (C)  $7$  (D)  $8$
14. 設  $x, y$  均為實數，則  $x^2 + 2xy + 3y^2 - 8y + 11$  的最小值為  
 (A)  $1$  (B)  $2$  (C)  $3$  (D) 以上皆非
15. 設  $a, b, c$  均為質數，且滿足  $a+b+c+abc=119$ ， $a, b, c$  三數中最大者為  
 (A)  $17$  (B)  $19$  (C)  $23$  (D)  $29$
16. 設  $x, y$  均為整數，則  $\left| \frac{x}{3} + \frac{y}{4} - \frac{11}{5} \right|$  的最小值為  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{12}$  (C)  $\frac{1}{15}$  (D)  $\frac{1}{30}$
17. 設  $p, q$  為相異質數，下列何者恆為最簡分數  
 (A)  $\frac{p-q}{p+q}$  (B)  $\frac{p^2-q^2}{p^2+q^2}$  (C)  $\frac{p^3-q^3}{p^3+q^3}$  (D)  $\frac{p+q}{pq}$
18. 若  $\sqrt{x} \geq 0$ ，則  $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$  =  
 (A)  $x\sqrt{x}$  (B)  $x^4\sqrt{x}$  (C)  $\sqrt[8]{x^3}$  (D)  $\sqrt[8]{x^7}$
19. 若  $x$  為某正整數的立方， $d$  為  $x$  之正因數個數。則  $d$  可能為下列何者？  
 (A)  $101$  (B)  $102$  (C)  $103$  (D)  $104$
20. 正整數的遞增數列  $a_1, a_2, a_3, \dots$  滿足  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ，其中  $n \geq 1$ 。若  $a_7 = 120$ ，  
 則  $a_6 =$   
 (A)  $72$  (B)  $74$  (C)  $76$  (D)  $78$
21. 張三和李四同一天開始他們的新工作，張三的工作表是工作 3 天休息一天，  
 李四的工作表是工作 7 天休息三天。試問在開始的前 365 天裡，兩個人同時休

息的日子佔了多少天？

- (A) 30 (B) 36 (C) 40 (D) 48

22. 設有兩個實數  $a, b$  滿足  $\begin{cases} (a - 2012)^3 + 12(a - 2012) = 427 \\ (b + 101)^3 + 12(b + 101) = -427 \end{cases}$ ，則  $a+b=$

- (A) 1911 (B) 2113 (C) 0 (D) 以上皆非

23. 分母為 12 且值介於 10 與 20 之間的最簡分數共有多少個？

- (A) 40 (B) 60 (C) 80 (D) 以上皆非

24. 有  $n$  個整數，若加入一個數 34 後，此  $n+1$  個整數的平均數會加 1；若加入一個數 10 後，此  $n+1$  個整數的平均數會減少 2，則  $n$  的值為

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

25. 有 2012 個數排成一列，第一個數為 -1，第二個數為 8，中間的數等於前後兩數的和，則此 2012 個數的和為多少？

- (A) 7 (B) 8 (C) 16 (D) 以上皆非

26. 若  $a_n$  等於最接近  $\sqrt{n}$  的整數 ( $n \geq 1$ ，即  $a_1=1, a_2=1, a_3=2, \dots$ ，則滿足  $a_n = 2012$  的正整數  $n$  共有多少個？

- (A) 1006 (B) 2012 (C) 4024 (D) 以上皆非

27. 將 9 顆白棋放入一袋黑棋中，均勻混合後，任意取出 10 顆棋子，發現其中有 2 顆白棋，根據這個樣本，可推估袋中約有多少顆黑棋？

- (A) 32 (B) 34 (C) 36 (D) 38

28. 某班全班 35 人身高的算數平均數與中位數都是 156 公分，但後來發現其中一位同學的身高登錄錯誤，將 160 公分寫成 166 公分。經重新計算後正確的平均數為  $a$  公分，正確的中位數為  $b$  公分，則下列敘述何者正確？

- (A)  $a=156$  (B)  $a>156$  (C)  $b=156$  (D)  $b>156$

29. 設  $f(x) = \frac{1}{1 + \tan^3 x}$ ，則  $f(\frac{\pi}{2012}) + f(\frac{2\pi}{2002}) + \dots + f(\frac{1005\pi}{2012})$  之和為

- (A) 501.5 (B) 502.5 (C) 503 (D) 1006

30. 設  $n$  為正整數且滿足正  $n$  邊形的內角度數均為整數。試問這種整數  $n$  有多少個？

- (A) 12 (B) 18 (C) 22 (D) 24

31. 設  $C_1$  與  $C_2$  為同一平面上半徑為 1 且相切的圓，試問有多少個半徑為 2 的圓可以同時與  $C_1$  與  $C_2$  相切？  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
32. 拋物線  $y = x^2 - 3x + 2$  與直線  $y = x - k$  的圖形僅相交於一點，則  $k$  之值為  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 以上皆非
33. 當  $a$  為下列何值時，方程式  $5x - ax - 3a - y + 10 = 0$  的圖形不經過第二象限，也不通過原點？  
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
34. 一個正八面體的頂點恰為一正方體各面的中心點，試問正八面體積恰為此正方體體積的多少倍？  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{6}$
35. 平面上給定  $A, B$  兩點，在同一平面上另外找一點  $C$ ，使得  $\triangle ABC$  是正三角形或等腰直角三角形，則  $C$  點的取法共有多少種？  
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12
36. 下列哪些度數的角可用尺規作圖畫出  
 (A)  $2^\circ$  (B)  $3^\circ$  (C)  $4^\circ$  (D)  $5^\circ$
37. 下列哪個長度無法用尺規作圖畫出  
 (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt[3]{3}$  (D)  $\sqrt[4]{3}$
38.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 100^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\overline{AH}$  為高， $\overline{BM}$  為中線。則  $\angle MHC =$   
 (A)  $15^\circ$  (B)  $22.5^\circ$  (C)  $30^\circ$  (D)  $45^\circ$
39. 設  $ABCD$  為圓內接四邊形，若  $\angle DBC = 30^\circ$ ， $\angle ABD = 45^\circ$ ， $\overline{CD} = 6$ ，則  $\overline{AD} =$   
 (A)  $6\sqrt{2}$  (B)  $3 + \sqrt{3}$  (C)  $5\sqrt{3}$  (D)  $4\sqrt{6}$
40.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$  且  $\overline{AC} = 9$ 。設  $D$  在  $\overline{AC}$  上滿足  $\overline{BD} = 5$ 。則  $\overline{AD} : \overline{DC} =$   
 (A)  $7 : 5$  (B)  $11 : 6$  (C)  $13 : 5$  (D)  $19 : 8$

41、方程式  $x^2 - 2xy - 3y^2 + 3x - 5y + 2 = 0$  之圖形為下列何者？

- (A) 橢圓 (B) 雙曲線 (C) 相交之二直線 (D) 拋物線

42、方程式  $x^2 - y^2 + z^2 + 12 = 0$  在空間中圖形為

- (A) 鞍面 (B) 拋物旋轉面 (C) 單葉的雙曲旋轉面 (D) 雙葉的雙曲旋轉面

43、設 3 階方陣  $A, B, C$  滿足  $ABC = I$ ，其中  $I$  為 3 階單位方陣，則下列何者為真？

- (A)  $ACB = I$  (B)  $CBA = I$  (C)  $BAC = I$  (D)  $CAB = I$

44、設  $A$  為三階方陣且  $A$  的行列式值為  $-3$ ， $A^T$  為  $A$  的轉置方陣。

則方陣  $2AA^T$  的行列式值為

- (A)  $-108$  (B)  $-18$  (C)  $18$  (D)  $72$

45、已知  $y = f(x)$  為可逆函數且過  $(1, 0)$  點的切線方程式為  $y = 3(x - 1)$ 。

令  $g$  為  $f$  之反函數，則曲線  $y = g(x)$  過  $(0, 1)$  點的切線斜率為

- (A)  $-3$  (B)  $-\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $3$

46、曲線  $x^2 - 2y^2 = 2$  在  $(2, 1)$  點的切線斜率為

- (A)  $1$  (B)  $2$  (C)  $3$  (D)  $4$

47、 $1 + 2\left(\frac{1}{3}\right) + 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cdots + n\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \cdots =$

- (A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $2$  (C)  $3$  (D)  $\frac{9}{4}$

48、 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + (-1)^{n+1} \frac{1}{n} + \cdots =$

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{\pi}{4}$  (D)  $\ln 2$

49、 $\int_0^2 1 - |x - 1| \, dx =$

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $1$  (C)  $2$  (D)  $\frac{9}{4}$

50、 $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} \, dx =$

- (A)  $9\pi$  (B)  $6\sqrt{3}$  (C)  $\frac{9\pi}{4}$  (D)  $\frac{3}{2}\pi^2$