

說明：

- 一、請先核對答案卡上號碼與准考證號碼是否相同，考試科目是否正確，若用錯答案卡作答則不予計分。
- 二、本試卷題本採雙面印刷，共 7 頁有 100 題選擇題，測驗時間從 10:00 到 11:40 共 100 分鐘。
- 三、請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。未依答案卡上注意事項劃記，以致光學閱讀機無法正確閱讀，其後果由應考人自行負責，不得提出異議。

第一部分：數學

1. 設 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{32 \times 34} = \frac{p}{q}$ ，其中 $p、q$ 為互質的正整數，

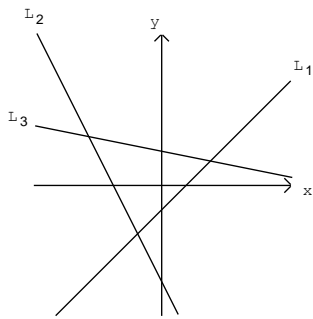
則 $p - q = ?$

- (A) 5
- (B) 31
- (C) 89
- (D) 157

2. 設 $f(x) = (3x^5 - 3x^3 + 5x^2 - 4)^{17}$ 的展開式中，係數和為 a ，奇次項係數和為 b ，偶次項係數和為 c ，則 $a + b + c$ 為？

- (A) -1
- (B) -2
- (C) 1
- (D) 2

3. 在坐標平面上，根據方程式 $x + 5y - 7 = 0$, $2x + y + 4 = 0$, $x - y - 1 = 0$ 畫出三條直線 L_1, L_2, L_3 ，如圖所示。試選出方程式與直線間正確的配置？



- (A) $L_1: x + 5y - 7 = 0$; $L_2: 2x + y + 4 = 0$; $L_3: x - y - 1 = 0$
- (B) $L_1: x - y - 1 = 0$; $L_2: x + 5y - 7 = 0$; $L_3: 2x + y + 4 = 0$
- (C) $L_1: 2x + y + 4 = 0$; $L_2: x + 5y - 7 = 0$; $L_3: x - y - 1 = 0$
- (D) $L_1: x - y - 1 = 0$; $L_2: 2x + y + 4 = 0$; $L_3: x + 5y - 7 = 0$

4. 設 $f(x) = \sum_{n=1}^3 (x-n)^2 + \sum_{n=8}^{10} (x-n)^2$ ，若 $f(x)$ 在 $x = a$ 處有最小值，

則？

- (A) a 為整數？
- (B) $a < 5.9$
- (C) $|a - 4| < 0.5$
- (D) $|a - 6| < 0.5$

5. $\triangle ABC$ 中，下列何者為非？

- (A) 若 $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$ ，則 $\angle C = 90^\circ$
- (B) 若 $c = \sqrt{2}$ ， $b = 1$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，則 $\angle C = 45^\circ$
- (C) 若 $\cos A < 0$ ，則 $\angle A$ 是鈍角
- (D) $\sin A + \sin B > \sin C$

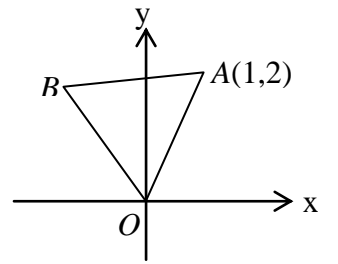
6. 設 $\triangle ABC$ 之 $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = b$, $\overline{AB} = c$ ，今在 \overline{BC} 上取一點 D ，使得 $\overline{BD} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ ，令 $x = \overline{AD}$ ，則 x^2 等於？

- (A) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 + 4bc)$
- (B) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 + 2bc)$
- (C) $\frac{1}{9}(b^2 + 4c^2 - 2bc)$

(D) $\frac{1}{9}(4b^2 + c^2 + 2bc)$

7. 如圖所示在坐標平面上， $\triangle OAB$ 為一正三角形，其中點 A 的坐標為 $(1, 2)$ ，點 B 為 (b_1, b_2) 。試問下列何者為真？

- (A) $b_1 + ib_2 = (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)(1 + 2i)$
- (B) $b_1 + ib_2 = (\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ)(1 + 2i)$
- (C) $(b_1, b_2) = (-1, 2)$
- (D) $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & \sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & -\cos 60^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$



8. 在空間中，下列選項中的方程式，何者圖形不為一直線？

- (A) $3x + 2y + z = 1$, $6x + 4y + 3z = 5$ 之交點
- (B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-5}{3}$
- (C) $2x + y = 1$
- (D) $x + y - 2z = 0$, $x - 2y + z = 1$, $2x - y - z = 1$ 之交點

9. 在座標平面上 $(7, 5)$ 處有一光源，將圓 $x^2 + (y-1)^2 = 1$ 投射到 x 軸的影長為何？

- (A) $16/3$
- (B) $8/3$
- (C) 2
- (D) $2/3$

10. 若 $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y & 2u+3v \\ u+2v & y-x \end{bmatrix}$ ，則 $x + y + u + v$ 之值為？

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

11. 設 $P(1, -1)$, $Q(0, 4)$, $R(-2, 0)$ 經矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

變換後之像依次分別為 P' , Q' , R' ，則 $\triangle P'Q'R'$ 之面積為？

- (A) 7
- (B) 14
- (C) 21
- (D) $\frac{7}{2}$

12. 設拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 與直線 $7x - y - 8 = 0$ 相切於點 $(2, 6)$ ，而且與直線 $x - y + 1 = 0$ 相切，試求 $a + b + c$ 之值？

- (A) 2
- (B) 5
- (C) 8
- (D) 9

13. 在 $3|x| + 2|y| \leq 6$ 的條件下， $2x - 3y$ 的最大值？

- (A) 0
- (B) 4
- (C) 8
- (D) 9

14. 由 1, 2, 3, 4, 5, 6 六個數字所組成 (數字可重複) 的四位數中，含有奇數個 1 的共有？

- (A) 260 個
- (B) 368 個
- (C) 486 個
- (D) 520 個

15. 設事件 A 發生之機率為 $\frac{1}{2}$ ，事件 B 發生之機率為 $\frac{1}{3}$ ，若以 p 表事

件 A 或事件 B 發生之機率，則 p 值的範圍為？

- (A) $p \leq \frac{1}{6}$
 (B) $\frac{1}{6} < p \leq \frac{1}{3}$
 (C) $\frac{1}{3} < p \leq \frac{1}{2}$
 (D) $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{5}{6}$

16. 設有一橢圓，四個頂點為 $(4, 0)$, $(-4, 0)$, $(0, 3)$, $(0, -3)$ ， P 為橢圓上一點，若橢圓中心為 O ， \overline{OP} 與 x 軸夾角為 45° ，求 \overline{OP} 長？

- (A) $\frac{12\sqrt{2}}{5}$
 (B) 5
 (C) $\frac{7\sqrt{2}}{5}$
 (D) $2\sqrt{2}$

17. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ，試問以下哪些選項恆成立？

- (A) $\tan \frac{\theta}{2} < \frac{1}{2} \tan \theta$
 (B) $\tan \theta < \sin \theta$
 (C) $\cos \theta < \tan \theta$
 (D) $\sin 2\theta < \cos 2\theta$

18. 下列選項中的數，何者最大？

[其中 $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$]

- (A) 100^{10}
 (B) 10^{100}
 (C) 50^{50}
 (D) $\frac{100!}{50!}$

19. 設 $P(x, y, z)$ 在球面： $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 2z + 5 = 0$ 上，

令 $k = 2x + y + z$ ，則 k 值範圍為？

- (A) $-4\sqrt{6} \leq k \leq 4\sqrt{6}$
 (B) $-3\sqrt{6} \leq k \leq 3\sqrt{6}$
 (C) $-2\sqrt{6} \leq k \leq 2\sqrt{6}$
 (D) $-5\sqrt{6} \leq k \leq 5\sqrt{6}$

20. 設 x 為實數，下列各函數之圖形，何者恆在 x 軸下方？

- (A) $f_1(x) = |x - 2| + |x + 3| - 2$
 (B) $f_2(x) = x^2 + 2x + 3$
 (C) $f_3(x) = \frac{x-3}{x+2}$
 (D) $f_4(x) = -(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

21. 設 $f(x)$ 為一實數函數，試問下列何者正確？

- (A) 若 $f(x) = x|x|$ ，則 $f(x)$ 在 $x=0$ 處可微分
 (B) 若 $f(x) = x[x]$ ，則 $f(x)$ 在 $x=0$ 處可微分
 (C) $f(x)$ 的極小值中，最小的為函數 $f(x)$ 的最小值
 (D) 若 $a \in R$ ， $f'(a) = 0$ ，則 $f(a)$ 為 $f(x)$ 的一極值

22. 一室有六個門，規定每人不得由同一門進出，若甲、乙、丙三人，任二人由不同門進入及出來，則三人各進出一趟之方法有多少種？

- (A) 8520
 (B) 4260

(C) 2840

(D) 1420

23. 設 $f(x)$ 為一多項式，已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 24$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -20$ ，

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 60$ ，若 $f(x)$ 以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 除之所得商

為 $Q(x)$ ，則下列何者為錯誤？

- (A) $(x-1)(x-2)$ 可整除 $f(x)$
 (B) $(x-2)(x-3)$ 可整除 $f(x)$
 (C) $Q(1) = 30$

(D) $Q(x)$ 被 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 除之，餘式為 $x^2 + 5x + 6$

24. $f(x) = \sin x [\cos x + \cos 3x + \dots + \cos 23x]$ ，

則 $f\left(\frac{\pi}{72}\right)$ 之值為？

- (A) $\frac{1}{2}$
 (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 (D) $\frac{1}{4}$

25. 有一個七位數 $26mn607$ ，若 $\frac{26mn607}{198}$ 可化為有限小數，則數對

$(m, n) = ?$

- (A) $(1, 2)$
 (B) $(4, 2)$
 (C) $(3, 4)$
 (D) $(2, 6)$

26. 10 個數值依小而大的順序排列如下(相鄰二數可能相等) $1, 2, 3, 4, h, 6, 6, 7, 7, k$ ，已知此 10 個數值的算術平均 $\bar{X} = 5$ ，中位數 $M_e = 6$ ，計算此 10 個數值的標準差 S ，試問滿足「 $\bar{X} - S < x < \bar{X} + S$ 」的 x 有多少個？

- (A) 5
 (B) 6
 (C) 7
 (D) 8

27. 設 $\vec{OA} = (3, 1)$ ， $\vec{OB} = (1, 2)$ ， $t \in R$ ， $\vec{OC} = \vec{OA} + t\vec{OB}$ ，若 \vec{OC} 平分 $\angle AOB$ ，則 $t = ?$

- (A) $\sqrt{2}$
 (B) $\sqrt{3}$
 (C) $\sqrt{4}$
 (D) $\sqrt{5}$

28. 某人投籃，第一球投中之機率為 0.6，以後的命中率為

(i) 若此球中，則下一球的命中率為 0.8

(ii) 若此球不中則下一球之命中率為 0.4，

若此人連放 n 球，欲使至少投中一球之機率超過 0.99，求 n 之最小值為？

- (A) 6
 (B) 7
 (C) 8
 (D) 9

29. $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$, 則 $A^{192} + A^{45} = ?$

- (A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
 (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
 (D) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

30. 設 a 為不等於零的實數。關於方程組

$$\begin{cases} ax + y + \frac{z}{a} = 1 \\ x + ay + z = -1 \end{cases}$$

的解，下列選項哪些是正確的？

$$\frac{x}{a} + y + az = 1$$

- (A) 當 $a = 3$ 時，無解
 (B) 當 $a = 1$ 時，恰有一組解
 (C) 當 $a = -4$ 時，有無限多組解
 (D) 當 $a = -1$ 時，有無限多組解

31. 小麗養了一隻狼犬露西，牠每天的食物至少須含維他命甲，乙，丙各 8 單位，10 單位，12 單位，今有 A, B 兩種飼料，每公斤飼料所含維他命的單位數如附表所示，

	甲	乙	丙
A	4	2	3
B	2	5	4

已知 A, B 兩飼料每公斤價格分別為 30 元，20 元，若小麗欲以最節省的价格飼養露西應購買 A 飼料 x 公斤， B 飼料 y 公斤，而費用最少為 P 元，則 $x = ?$

- (A) $\frac{4}{5}$
 (B) 1
 (C) $\frac{8}{5}$
 (D) 2

32. 若 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{7}{6}\pi$ ，函數 $y = \sin^2 x - 2\cos x + 3$ ，當 $x = \alpha$ 時，

有最大值 M ，當 $x = \beta$ 時，有最小值 m ，則下列何者為錯誤？

- (A) $M = 5$
 (B) $\alpha = \pi$
 (C) $M + m = 6$
 (D) $\beta = \frac{\pi}{3}$

33. 對所有正整數 n ， $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ 恆為質數 P 的倍數，則 P 值為？

- (A) 3
 (B) 5
 (C) 7
 (D) 11

34. 設 x 為實數，如果 $4^x - 4^{x-1} = 24$ ，則 $(2x)^x$ 之值為多少？

- (A) $5\sqrt{5}$
 (B) 25
 (C) 125
 (D) $25\sqrt{5}$

35. 已知 $0^\circ < x < 90^\circ$ ，如果 $\tan x = \frac{\sin 10^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 40^\circ}$ ，則 x 之值為多少？

- (A) 20°
 (B) 25°
 (C) 30°
 (D) 50°

36. 若 $a > b > 0$ ，且 $a^2 + b^2 = 6ab$ ，則 $\frac{a+b}{a-b}$ 的值為何？

- (A) $\sqrt{2}$
 (B) $1 + \sqrt{2}$
 (C) 3
 (D) $3 + \sqrt{2}$

37. 設 a, b, c, d 為四個相異正整數使得集合 $\{a, b, c, d\} = \{2, 4, 6, 8\}$ ，則 $ab + bc + cd + da$ 的最大值是多少？

- (A) 84
 (B) 96
 (C) 120
 (D) 240

38. $(x^2 + 3x + 2)^5$ 的展開式中， x 的係數是多少？

- (A) 160
 (B) 240
 (C) 360
 (D) 800

39. 已知一數列 $\{a_n\}$ 滿足： $a_1 = 2$ ，且 $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ ，其中 n 為任意正整

數，則 $a_{2007} = ?$

- (A) -3
 (B) $-\frac{1}{2}$
 (C) $\frac{1}{3}$
 (D) 2

40. 設 a 為大於 1 的正數，如果 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $2a+1$ ， $a^2 + a + 1$ 及 $a^2 - 1$ ，則此三角形的最大角為何？

- (A) $\frac{\pi}{2}$
 (B) $\frac{7\pi}{12}$
 (C) $\frac{2\pi}{3}$
 (D) $\frac{3\pi}{4}$

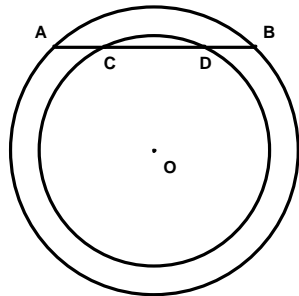
41. 已知 $\triangle ABC$ 之三邊長皆為正整數， $\overline{AC} = 25$ ， $\overline{BC} = 39$ 。如果此三角形之外接圓的半徑為 $\frac{125}{6}$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？

- (A) 396
 (B) 468
 (C) 480
 (D) 936

42. 如果直角三角形的三邊長都是整數，且周長的值等於面積的值，則這樣的直角三角形共有幾個？(全等三角形只計一個)

- (A) 1
 (B) 2
 (C) 4
 (D) 6

43. 如圖，半徑分別為 5 公分與 4 公分的二個同心圓， \overline{AB} 及 \overline{CD} 分別為此二圓之弦，若 $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ ，則 \overline{AB} 為多少公分？



- (A) $2\sqrt{2}$
 (B) $2\sqrt{3}$
 (C) $3\sqrt{2}$
 (D) $4\sqrt{3}$
44. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 70^\circ$ ， I 為 $\triangle ABC$ 的內心使得 $\overline{AC} + \overline{AI} = \overline{BC}$ ，則 $\angle B$ 的度數為多少度？
 (A) 20
 (B) 35
 (C) 70
 (D) 90
45. 如果 a, b, c 為 0, 1, 2, 3, ..., 9 中的數字，使得七位數 $13ab45c$ 為 792 的倍數，則 $a+b+c=?$
 (A) 14
 (B) 20
 (C) 23
 (D) 25
46. 如果點 $P(a, b)$ 為圓： $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 12 = 0$ 上的點，則 $\frac{b}{a}$ 的最大值為何？
 (A) 4
 (B) $3+2\sqrt{2}$
 (C) 6
 (D) $4+3\sqrt{2}$
47. 無窮級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = ?$
 (A) $\frac{\pi}{4}$
 (B) $\frac{\pi}{2}$
 (C) $\frac{3\pi}{4}$
 (D) π
48. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = ?$
 (A) 0
 (B) 1
 (C) 2
 (D) $+\infty$
49. $\triangle ABC$ 中， D, E, F 分別為三邊 \overline{BC} ， \overline{CA} 與 \overline{AB} 上的點，使得 $\angle AFE = \angle BFD$ ， $\angle BDF = \angle CDE$ 及 $\angle CED = \angle AEF$ 。如果 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 8$ 及 $\overline{CA} = 7$ ，則 $\overline{BD} = ?$
 (A) 2
 (B) $\frac{5}{2}$
 (C) $\frac{7}{2}$
 (D) 4

50. 行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = ?$
 (A) 5
 (B) 6
 (C) 12
 (D) 32

臺南縣 96 學年度公立國民中學教師聯合甄選

答案卷

< 數學 >

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
D	D	D	B	B	B	A	C	A	D
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
B	A	D	D	D	A	A	B	B	D
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
A	A	C	C	B	C	A	D	A	D
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
A	C	C	D	B	A	C	B	B	C
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.
B	C	D	B	A	B	A	C	B	B