

2003 AMC12 試題

1. 前 2003 個正偶數之和與前 2003 個正奇數之和的差為多少？
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 2003 (E) 4006
2. 羅克漢足球聯盟欲購買襪子與T恤給每一位球員，每雙襪子需美金 4 元且每件T恤較一雙襪子貴美金 5 元，每位球員需要兩雙襪子及兩件 T 恤。若總費用為美金 2366 元，試問此聯盟共有多少位球員？
(A) 77 (B) 91 (C) 143 (D) 182 (E) 286
3. 有一個長 15 公分、寬 10 公分及高 8 公分的長方體盒子。若將此盒子的每一個頂角處截去一個邊長 3 公分的正立方體後形成一個新立體圖形，試問被截去立方體體積之總和佔原長方體體積的百分之幾？
(A) 4.5 (B) 9 (C) 12 (D) 18 (E) 24
4. 瑪麗的家距學校 1 公里，她從家裡去學校時走上坡路需 30 分鐘，從學校回家時走同一條路只需 10 分鐘，則她往返一次的平均速率是多少公里/小時？
(A) 3 (B) 3.125 (C) 3.5 (D) 4 (E) 4.5

5. 設兩個五位數 AMC10 與 AMC12 的和是 123422，則 $A+M+C=$ ？

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

6. 對於所有實數 x 與 y ，定義 $x \heartsuit y = |x - y|$ ，則下面各敘述中哪一個不正確？

- (A) 對於所有實數 x 與 y ， $x \heartsuit y = y \heartsuit x$
(B) 對於所有實數 x 與 y ， $2(x \heartsuit y) = (2x) \heartsuit (2y)$
(C) 對於所有實數 x ， $x \heartsuit 0 = x$
(D) 對於所有實數 x ， $x \heartsuit x = 0$
(E) 若 $x \neq y$ ， $x \heartsuit y > 0$

7. 在各邊長皆為整數且周長為 7 的三角形中，共有多少種不全等的三角形？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

8. 隨機取出 60 的一個正因數，試問此取出的正因數小於 7 的機率為何？

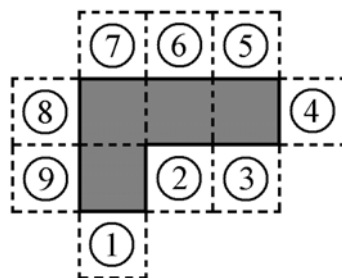
- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

9. 在 xy 平面上的一個圖形 S ，對原點、兩個坐標軸以及直線 $y = x$ 均成對稱，若點 $(2, 3)$ 在 S 中，則圖形 S 上最少有幾個點？
- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16
10. 厄爾、波特以及卡羅是某校畫圖比賽的優勝者，並以 $3:2:1$ 分得一批糖果。由於某特殊原因，他們分別在不同時間來領取獎品，若每一個人都認為自己是第一位領取獎品者，且依他們各自所佔的比例拿走糖果，則最後未被領取的糖果佔全部糖果的幾分之幾？
- (A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{5}{18}$ (E) $\frac{5}{12}$
11. 已知一正方形與一等邊三角形有相同的周長。設 A 為此正方形之外接圓的面積，並設 B 為此等邊三角形之外接圓的面積，則 $\frac{A}{B} = ?$
- (A) $\frac{9}{16}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{27}{32}$ (D) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ (E) 1

12. 莎莉有五張紅牌，編號為1到5以及四張藍牌，編號為3到6，她將這些牌排成一列，使得紅、藍交錯相間且使得紅牌號碼數會整除相鄰的藍牌號碼數。試問中間三張牌的號碼數總和為何？

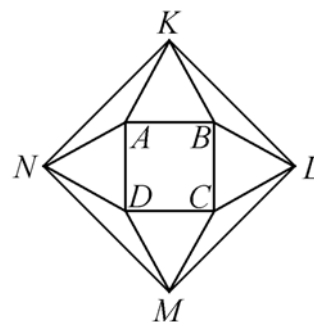
(A)8 (B)9 (C)10 (D)11 (E)12

13. 在右圖中，實線所圍成的多邊形區域是由四個全等正方形邊接邊所形成的。現若補上圖中標有號碼的其中一個全等正方形，如此則可得九個多邊形區域（每個區域恰含有五個全等正方形），試問這九個多邊形區域中，有多少個可摺疊成一無蓋的正立方體容器？



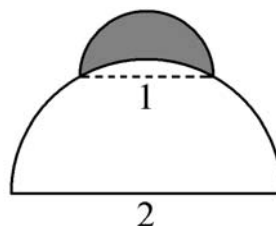
(A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E)6

14. 點 K, L, M, N 在包含正方形 $ABCD$ 的平面上，使得 $\triangle AKB, \triangle BLC, \triangle CMD$ 以及 $\triangle DNA$ 均為等邊三角形（如右圖所示）。若 $ABCD$ 的面積為16，試求四邊形 $KLMN$ 的面積是多少？



(A)32 (B) $16+16\sqrt{3}$ (C)48 (D) $32+16\sqrt{3}$ (E)64

15. 如右圖所示，一個直徑為1的半圓坐落在一個直徑為2的半圓上方，則在小半圓內且在大半圓外的陰影區域稱為一個新月形，試問此新月形的面積為何？

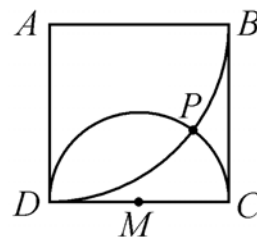


- (A) $\frac{1}{6}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{12}\pi$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{24}\pi$
- (D) $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{24}\pi$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{12}\pi$

16. 在等邊三角形 ABC 內部中任取一點 P ，則 $\triangle ABP$ 的面積同時大於 $\triangle ACP$ 與 $\triangle BCP$ 面積的機率為何？

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

17. 正方形 $ABCD$ 邊長為4，且 M 為 \overline{CD} 的中點，以 M 為圓心且半徑為2的圓與以 A 為圓心且半徑為4的圓相交於 P 與 D 兩點，則 P 至 \overline{AD} 的距離為何？



- (A) 3 (B) $\frac{16}{5}$ (C) $\frac{13}{4}$ (D) $2\sqrt{3}$ (E) $\frac{7}{2}$

18. 設 n 為一個五位數，並設 q 、 r 分別為 n 除以 100 的商數及餘數。試問有多少個 n 值使得 $q + r$ 可被 11 整除？

- (A) 8180 (B) 8181 (C) 8182 (D) 9000 (E) 9090

19. 將方程式為 $y = ax^2 + bx + c$ 的拋物線對 x 軸鏡射，並將此拋物線及其鏡射圖形以相反方向分別水平移動 5 個單位，設所得圖形的方程式分別為 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ ，試問下列何者可描寫 $y = (f + g)(x)$ 的圖形？

- (A) 與 x 軸相切的拋物線 (B) 不與 x 軸相切的拋物線 (C) 一條水平線
(D) 一條不是水平的直線 (E) 三次函數的圖形

20. 將 5 個 A 、5 個 B 以及 5 個 C 等 15 個字母排成一列，使得前 5 個字母沒有 A ，中間 5 個字母沒有 B ，且最後 5 個字母沒有 C ，試問共有多少可能的排列？

- (A) $\sum_{k=0}^5 [C_k^5]^3$ (B) $3^5 \cdot 2^5$ (C) 2^{15} (D) $\frac{15!}{(5!)^3}$ (E) 3^{15}

21. 多項式 $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 的函數圖形與 x 軸有 5 個不同的交點，其中一個為 $(0, 0)$ ，試問下列哪個係數不可能為 0？

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

22. 兩物體 A 與 B 經由一系列步驟同時等速在座標平面上移動，每次移動一個單位。
物體 A 從 $(0, 0)$ 開始移動，且每一步驟是向右或向上，兩者機率一樣。物體 B 從
 $(5, 7)$ 開始移動且每一步驟是向左或向下，兩者機率一樣，則兩物體 A 與 B 相遇
的機率與下列何者最接近？
(A) 0.10 (B) 0.15 (C) 0.20 (D) 0.25 (E) 0.30
23. 有多少個完全平方數會是下列乘積 $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdots 9!$ 的因數？
(A) 504 (B) 672 (C) 864 (D) 936 (E) 1008
24. 若 $a \geq b > 1$ ，則 $\log_a\left(\frac{a}{b}\right) + \log_b\left(\frac{b}{a}\right)$ 的最大值是多少？
(A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 3 (E) 4
25. 令 $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx}$ ，問有多少個實數值 a 分別會有對應的正數 b 使得 f 的定義
域及值域為相同的集合？
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 無窮多個

