國立臺中文華高級中學101學年度第二次教師甄選
數學科專業知能試題本

> 測驗說明:
> 1. 本試題共分三部份，前兩部份為填充題，第一部份每格4分，第二部分每格 6分，皆不需計算過程；第三部分為計算題，需詳列計算過程或說明理由。
> 2. 另附五張 A4計算紙，可供計算或打草稿，請勿用答案卷正反面打草稿。計算紙左上角請書寫准考證號碼，並於考畢隨試題收回。

一、填充題：(請將正確的答案填入正確的題格中，分式需化至最簡，根式需有理化，否則不予計分，不需計算過程)

第一部份：(每格4 分)

1. 設 $x>1$，$y>1$，且$2\log_x y-2\log_y x+3=0$，則 x^2-6y^2+5 的最小值爲________。

2.若級數$\sum_{k=1}^{n}\sqrt{a_k}=n^2$，則$\sum_{k=1}^{20}a_k=$________。

3 滿足$(m+n)^n=m^n+2012$之所有正整數數對(m,n)爲________。

4.多項式 $1+2(x+1)+3(x+1)^2+4(x+1)^3+\cdots+11(x+1)^{10}$ 展開式中，x^5 項之係數爲_______。

5.請觀察右圖之三角形陣列中數字之規則，令a_n爲第n列之所有數字和，則a_{50}除以100之餘數爲________。

0	← 第1列
1 1	← 第2列
2 2 2	← 第3列
3 4 4 3	← 第4列
4 7 8 7 4	← 第5列
⋮	⋮

6.複數平面上，O爲原點，ΔABO的頂點A、B分別對應複數z_1、z_2，若$|z_1-1-3i|=|z_1-5+5i|$且$z_2=(1+\sqrt{3}i)z_1$，則ΔABO的最小面積爲________。

7.與$(6+\sqrt{34})^4$最接近的正整數爲________。

8.將「人生海海呀海海人生」九個字排成一列，相同字不相鄰的排法有________種。

第二部分：(每格6分)

9.將6個A、6個B、6個C共18個字母排成一列，使得前6個字母沒有A，中間6個字母沒有B，後6個字母沒有C，則共有_______種可能的排列方法。

10.在編號 1、2、3、⋯、20 共 20 顆球中不分順序的任取 3 顆，設 A 代表任 2 球號碼之間至少相差 4 以上(包含 4)的事件；B 代表有取到 5 號球的事件，求 $p(B|A)=$________。

11.$[x]$ 表示不大於 x 的最大整數，則 $\left[\sum_{k=1}^{100}\frac{1}{\sqrt{k}}\right]$=_______。

12.一圓形跑道上有 S、A、B 三地點，一車自 S 處出發，依序經 A、B 兩處環繞跑道，計算圈數的方法爲繞滿整圈回到 S 才算一圈，若中途故障，則該圈整圈不算。已知該車於 A、B 兩處發生事故(停止不動)的機率分別爲 $\frac{1}{9}$、$\frac{1}{16}$，則此台車環繞跑道圈數之期望值爲_______。

13.兩正整數的最小公倍數是 8100，則此兩正整數的解共有________組。(數對(A,B)與(B,A)視爲一組)

14.已知 n 爲正整數，且 $2n$ 有 28 個正因數，$3n$ 有 30 個正因數，則 $6n$ 有________個正因數。

15. A-BCD 爲空間中的一正四面體，O 爲其中心，質點 P 可以在 A、B、C、D、O 中自由移動，而且規定從其中一點移動至另外一點稱爲一步，若定義質點 P 從 O 點出發，最後又回到 O 點共走了 n 步的方法數爲 a_n，$n\geq 2$ (例如 $a_2=4$)，則求 $a_{10}=$________。

16.（$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+10^3$）＋3（$1^5+2^5+3^5+\cdots\cdots+10^5$）＝$4P^3$，則求P=________。