--裝訂線--

臺北市立復興高級中學101學年度第二次正式教師甄選

數學科教師甄選筆試題目卷

（每題10分）

一、 袋中有 2 個白球、4 個紅球，朱哥手上有 1 個白球，現自袋中每次任取一球，每球被取到的機率均等，再將手中原持有的球放入袋中，並重複此一取球的動作。已知在第三次取到白球，試求在第六次取到白球的機率。

二、 已知兩數列 $\{a_n\}$ 與 $\{b_n\}$ 有以下的關係：$a_{n+3}=3a_n-10b_n$，$b_{n+3}=2a_n-7b_n$；$a_{n+5}=7a_n-25b_n$，$b_{n+5}=5a_n-18b_n$，其中 n 為自然數。若 $a_{n+1}=pa_n+qb_n$，$b_{n+1}=ra_n+sb_n$，試求數對（p，q，r，s）。

三、 解方程式 $\cos 4\theta=\sin\theta$，其中 $0\le\theta<2\pi$。

四、 甲乙丙三人同射一靶，每人一發，設甲乙丙射擊命中率分別為 α,β,γ，其中 $\alpha<\beta<\gamma$。今此靶不被射中之機率為 $\frac{4}{15}$，恰中一發之機率為 $\frac{7}{15}$，恰中二發之機率為 $\frac{7}{30}$，求 α,β,γ（各人命中靶面的事件為獨立事件）。

五、 設 $n\in N, x>1$，試證：$x^{n+1}+n>(n+1)x$。

六、 若有一個梯形的四個頂點都在方程式 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的橢圓上，其下底為橢圓的長軸，求此梯形面積的最大值。

七、 設 z 為複數，且 $|z|\le\frac{1}{2}$，求 $\mathrm{Arg}(1+z)$ 的範圍。

八、 求曲線 $y^2=x(x-4)^2$ 所圍成的面積。

九、 設 a、b、c、d、e 為方程式 $x^5-2x^4+3x^3-4x^2+5x-6=0$ 的五根，試求

$$\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1-b}+\frac{1}{1-c}+\frac{1}{1-d}+\frac{1}{1-e}$$ 之值。

十、 已知 $\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)}{2}$，$\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$，$\sum_{k=1}^{n}k^3=(\frac{n(n+1)}{2})^2$，試求 $\sum_{k=1}^{n}k^4$。